Revista Internacional de
**Ingeniería
de Estructuras**

Vol. 26, 1, 1-60 (2021)

NEW FUNCTIONS OF CEINCI-LAB FOR ANALYSIS AND DESIGN OF STEEL FRAMES ACCORDING TO THE NEC–15

Brian Cagua[1], Roberto Aguiar[2,3], Julia Pilatasig[1]

[1]Maestría en Estructuras. Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE. bjcagua@espe.edu.ec jepilatasig3@espe.edu.ec
[2]Profesor. Departamento de Ciencias de la Tierra y la Construcción. Universidad de Fuerzas Amadas ESPE. Av. Gral. Rumiñahui s/n, Valle de los Chillos. rraguiar@espe.edu.ec
[3]Carrera de Ingeniería Civil. Facultad de Ingeniería. Universidad Laica Eloy Alfaro de Manabí ULEAM.

Received: December 2020. Accepted: February 2021
Published: March 2021

ABSTRACT

CEINCI-LAB is a computer tool to perform seismic and static calculation of structures, it is oriented to academia and research because it allows the user to understand the data entry, the calculation sequence and the results of the analysis, also It can be applied in consultancies freely.

This article presents new functions of ***CEINCI-LAB*** oriented to the analysis and design of steel frames; in the seismic analysis, displacements, drifts and shear forces are calculated on each floor. In the static analysis, the gravitational and seismic loads are applied to obtain the forces in the elements, the load combinations of the Ecuadorian Construction Standard (NEC-15) are applied and the demand envelopes are obtained to compare them with the capacities of the elements. It is also determined that the beam / column ratio is less than unity to ensure adequate seismic behavior with the dissipation of energy in the beams.

These functions allow the user to easily view the results in graphs with colors depending on the demand versus capacity relationship of the elements, in a similar way to that presented in commercial programs such as ETABS or SAP2000, in addition the user can adapt the functions to particular needs thanks to the goodness of free code.

keywords: ***CEINCI-LAB*** computer system. Seismic Analysis. Static Analysis. Steel structures. NEC - 15.

http://dx.doi.org/10.24133/riie.v26i1.1958

NUEVAS FUNCIONES DE CEINCI-LAB PARA EL ANÁLISIS Y DISEÑO DE PÓRTICOS DE ACERO ACORDE A LA NEC-15

RESUMEN

El Sistema de Computación ***CEINCI-LAB*** es una herramienta informática para realizar cálculo sísmico y estático de estructuras, se orienta a la academia e investigación debido a que permite al usuario entender el ingreso de datos, la secuencia de cálculo y los resultados del análisis, también se puede aplicar en consultorías de manera libre.

En este artículo se presenta nuevas funciones de ***CEINCI-LAB*** orientadas al análisis y diseño de pórticos de acero; en el análisis sísmico se calcula desplazamientos, derivas y fuerzas de corte en cada piso. En el análisis estático se aplican las cargas gravitacionales y sísmicas para obtener las fuerzas en los elementos, se aplica las combinaciones de cargas de la Norma Ecuatoriana de la Construcción (NEC-15) y se obtiene las envolventes de la demanda para compararlas con las capacidades de los elementos. También se verifica que la relación viga/columna sea menor a la unidad para que se asegure un comportamiento sismorresistente adecuado con la disipación de energía en las vigas.

Estas funciones permiten que el usuario pueda visualizar los resultados de manera sencilla en gráficos con colores en función de la relación demanda versus capacidad de los elementos, de manera similar a la que se presenta en programas comerciales como ETABS o SAP2000, además el usuario puede adaptar las funciones a necesidades particulares gracias a la bondad que presenta el código libre.

Palabras Claves: Sistema de computación ***CEINCI-LAB***. Análisis Sísmico. Análisis Estático. Estructuras de Acero. NEC – 15.

1. INTRODUCCIÓN

Importantes contribuciones han sido desarrolladas por los investigadores del blog de ***CEINCI-LAB*** para facilitar el análisis sísmico de estructuras en tres dimensiones (Aguiar *et al.* 2019); para la generación automática y análisis de estructuras de hormigón armado orientado al cálculo de la vulnerabilidad sísmica de una gran cantidad de estructuras (Pilatasig *et al.* 2020).

También se ha incursionado y se continúa trabajando en el acoplamiento entre los sistemas de computación ***CEINCI-LAB*** y OpenSees. Este acoplamiento permite analizar estructuras en forma amigable y sencilla. Una de las fortalezas de ***CEINCI-LAB*** es la generación de estructuras y la presentación gráfica de resultados de una manera muy fácil y la fortaleza de OpenSees son las funciones con las cuales se realiza análisis no lineal, fundamentalmente. Cagua *et al.* 2020; Aguiar *et al.* 2020.

Ahora bien, en el Ecuador y en algunos países que tienen una alta peligrosidad sísmica se están construyendo una gran cantidad de edificios en acero, compuestos por pórticos sin arriostramiento, como los indicados en las fotografías de la figura 1; la unión de las columnas y vigas de las estructuras presentadas son soldadas. Todavía no está generalizado el uso de conexiones precalificadas, con las que se tiene conexión de momento.



Figura 1 Estructuras de acero en el Valle de los Chillos; a la izquierda un centro comercial y a la derecha una edificación de apartamentos.

Este artículo está orientado al análisis y diseño de estructuras de acero conformadas por vigas y columnas con conexiones que tienen capacidad de momento, para el efecto se han implementado nuevas funciones al sistema de computación ***CEINCI-LAB.***

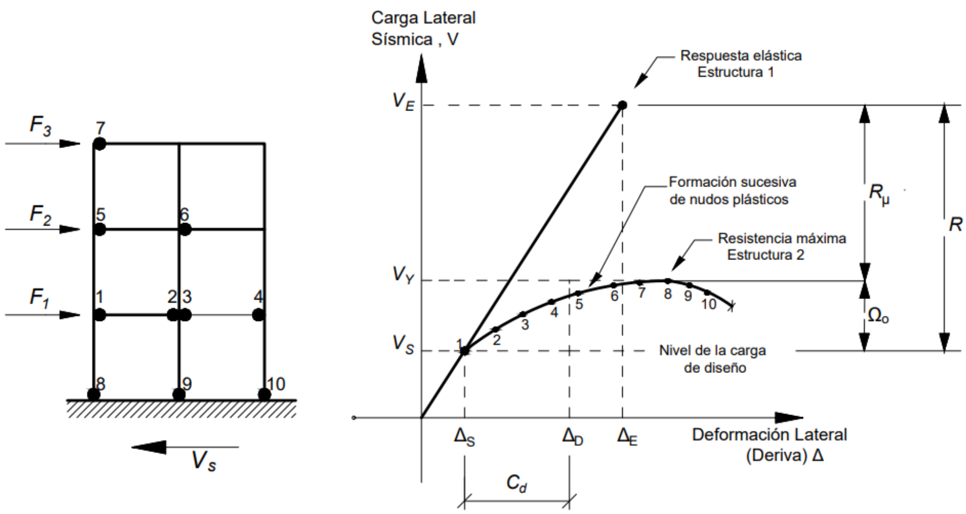


Figura 2 Filosofía de diseño en estructuras de acero, sin sistemas de control activo como aisladores sísmicos. Adaptado de: Guía de diseño 3 NEC.

Vale la pena recordar la filosofía de diseño de estructuras de acero sin sistemas de control (aisladores sísmicos o disipadores de energía). Para el efecto, en la gráfica de la derecha de la figura 2, se muestra la capacidad sísmica resistente, que relaciona el cortante basal con el desplazamiento lateral en el tope del edificio, de dos estructuras, identificadas como 1 y 2.

La Estructura 1 de la figura 2, ha sido diseñada utilizando un espectro elástico, de tal manera que ante un sismo determinado la demanda sísmica, desarrolla un cortante basal V_e asociado a un desplazamiento lateral máximo Δ_e. La rigidez de la estructura es la pendiente de la recta y se ve que esta es constante, de tal forma que la estructura no sufre ningún daño, pero al ser diseñada para un valor V_e muy alto las dimensiones de sus elementos son grandes y por ende se trata de una edificación costosa y a lo mejor no es tan funcional.

Por otro lado, la estructura 2 (figura 2), fue diseñada para un espectro que se obtiene dividiendo el espectro elástico para el factor de reducción R con el cual se tiene un espectro inelástico con ordenadas espectrales bajas que conduce a tener elementos estructurales de menores dimensiones. Esto implica que durante el mismo sismo la estructura va a disipar energía por agotamiento de elementos a flexión debido a las conexiones que se habló anteriormente.

Se realiza el análisis sísmico utilizando el espectro inelástico, con lo que se hallan las fuerzas horizontales F_i que se muestran en el Pórtico de la figura 2, la suma de estas fuerzas laterales, dan origen al cortante basal V_s. En la figura de la derecha se observa el cortante basal V_s asociado a un desplazamiento lateral Δ_s. Este punto es el límite del rango elástico de la Estructura 2. Para encontrar el desplazamiento inelástico Δ_D que realmente va a tener la estructura durante el sismo severo se multiplica el desplazamiento elástico Δ_s por el factor C_d que recomienda el ASCE para diferentes tipologías estructurales.

Con esta introducción se debe indicar que la filosofía de diseño en acero comprende los denominados Sistemas Resistentes a cargas Sísmicas (SRCS), que incluyen a todos los elementos de acero estructural y conexiones de un edificio que han sido diseñadas para resistir cargas laterales y verticales, y los elementos que poseen la característica de resistir solo cargas verticales. (Esta forma de diseño también se aplica a estructuras de hormigón armado y se las ve un poco diferentes, un ejemplo se tiene en las estructuras de la Universidad de Fuerzas Armadas ESPE, en Santo Domingo).

El procedimiento específico de diseño de estructuras de acero depende de las particularidades de cada proyecto, pero todas las estructuras deberán ser diseñadas bajo el mismo procedimiento general (SGR, MIDUVI, 2016), como se muestra a continuación en la figura 3.

Aparentemente es bastante sencillo determinar las cargas gravitacionales y sísmicas, pero en realidad no lo es, por eso se recomienda leer las especificaciones que se indican en la parte superior de la figura 3.

En este artículo se presenta el análisis sísmico en dos dimensiones, para poder ilustrar el análisis y diseño sísmico de una estructura de acero; con pocos cambios se puede adaptar al análisis en tres dimensiones. Se recomienda para ello en una primera etapa hacer el cálculo espacial de estructuras regulares con un modelo de un grado de libertad por piso en el centro de masas e incluir en el estudio la torsión accidental y después pasar al análisis sísmico en tres dimensiones.

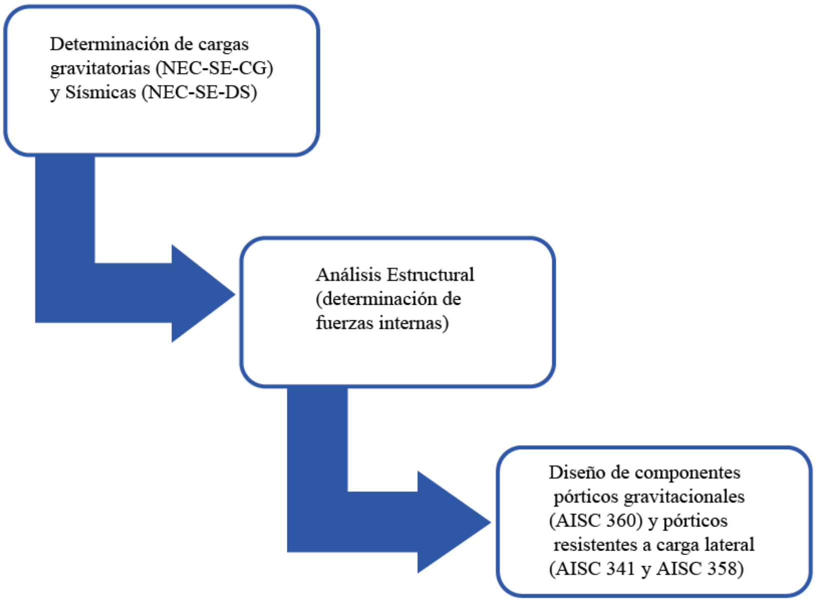


Figura 3 Procedimiento general para el diseño de estructuras de acero, según NEC 2015

Existen varios sistemas resistentes de cargas laterales utilizados en la construcción con acero estructural, a continuación, se describen los tres sistemas más comunes.

Pórticos Resistentes a Momento

La característica principal de este tipo de pórticos es la formación de rótulas plásticas de manera secuencial en las vigas, como último mecanismo de disipación de energía se permite la formación de rotulas plásticas en la base de las columnas de planta baja como se muestra en la figura 4. Además, en estos pórticos, las conexiones entre vigas y columnas son rígidas.

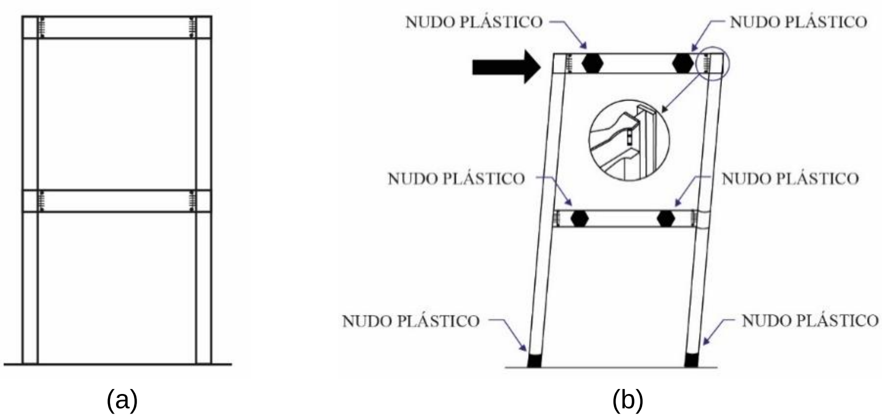


Figura 4 a) Estructura sin deformar con conexión rígida; b) Estructura deformada.

A continuación, en la figura 5, se describe algunos de los parámetros que se deben tomar en cuenta para asegurar el comportamiento sismorresistente adecuado de los pórticos resistentes a momento.

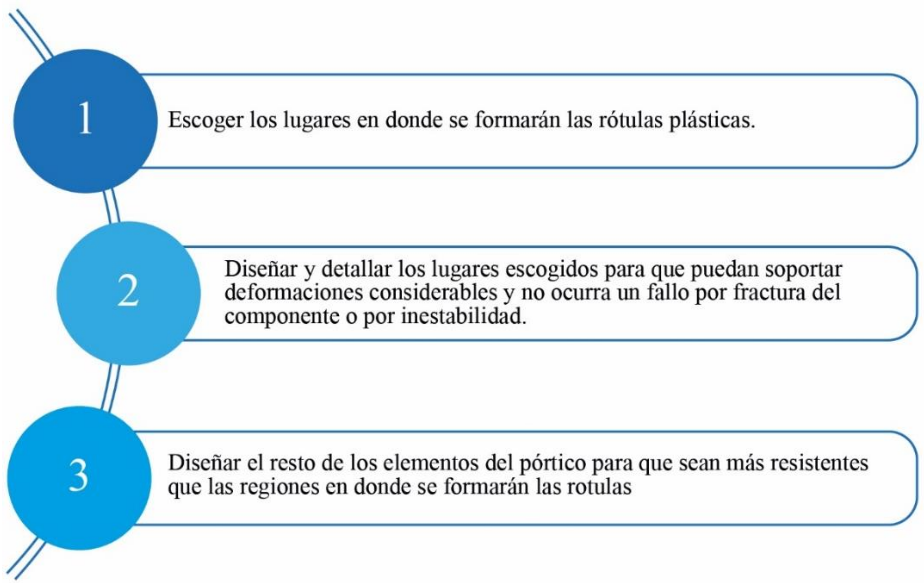


Figura 5 Parámetros de un diseño sismorresistente.

Se puede asegurar la formación de la rótula plástica en el lugar “escogido”, mediante un diseño de la conexión denominado RBS, esto implica secciones de patín reducido en las vigas, es decir, que se puede acortar el patín con un radio de dimensiones controladas y de esta manera reducir la capacidad a flexión del elemento en esa zona.

Una de las desventajas que se puede mencionar, es que en este tipo de sistemas la rigidez lateral es relativamente baja, lo que se traduce como derivas mayores a las de otros sistemas. (SGR, MIDUVI, 2016).

En este artículo se realiza el análisis y diseño estructural de un pórtico de acero empleando el Sistema de Computación ***CEINCI-LAB,*** se detallan las nuevas funciones desarrolladas para el análisis sísmico, específicamente para calcular desplazamientos, derivas y fuerzas de corte en cada piso mediante el método Estático Equivalente y Modal Espectral. Además, para el análisis estático se aplican las cargas gravitacionales y sísmicas obteniendo las fuerzas internas en los elementos, se consideran las combinaciones de cargas de la Norma Ecuatoriana de la Construcción (NEC-15) y se obtiene las envolventes de la demanda. La demanda se compara con la capacidad (a carga axial, corte y momento) de los elementos y se calcula la relación viga/columna, se debe cumplir con un valor menor a 1 para que se asegure un comportamiento sismorresistente adecuado con la disipación de energía en las vigas (columna fuerte/viga débil)

2. GEOMETRÍA Y CONSIDERACIONES DE CARGAS

De manera acádemica se realiza el análisis de un pórtico plano, esto debido a que es más sencillo detallar los calculos y también permite que el lector asimile la información de mejor forma. La geometria del pórtico considerando 3 vanos y 4 pisos se muestra en la figura 6. Se considera que las cargas gravitacionales se aplican a las vigas del pórtico mediante una distribución uniforme por razones de simplificación en el cálculo.

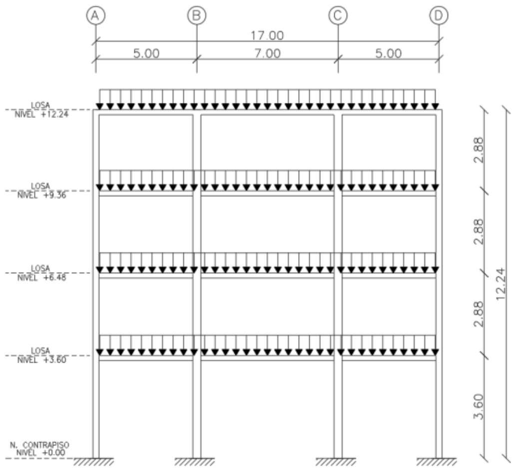


Figura 6 Geometría del pórtico analizado

Para el diseño se considera las cargas gravitacionales sobre el sistema de piso; la carga muerta se compone del peso propio de la losa, vigas y columnas, además de la carga permanente, para los entrepisos se considera de 500 kg/m^2 y para cubierta de 350 kg/m^2. La carga viva depende de la ocupación, en este caso se asigna 250 kg/m^2 a los entrepiso y 100 kg/m^2 a cubiertas (tabla 1).

Tabla 1 Cargas gravitacionales consideradas

Parámetro	Valor	Unidad	Observación
Peso de placa =	**6.37**	kg/m^2	
Volumen hormigón =	0.07954	m^3/m^2	
Peso de hormigón =	**190.89**	kg/m^2	
Peso propio de la losa =	**197.27**	**kg/m^2**	Losa Deck de 12 cm
Otros (Instalaciones) =	**16**	kg/m^2	
Enlucido masillado =	**44**	kg/m^2	2 cm de enlucido
Acabado de piso =	**40**	kg/m^2	Asumido
Peso propio de elementos estructurales =	**50**	kg/m^2	Asumido
Peso mampostería =	**150**	kg/m^2	Asumido (Depende de proyecto arquitectónico)
Carga permanente piso =	**300**	**kg/m^2**	
Carga permanente cubierta =	**150**	**kg/m^2**	
Carga viva piso =	**250**	**kg/m^2**	NEC_SE_CG 2015, pág. 25
Carga viva cubierta =	**100**	**kg/m^2**	NEC_SE_CG 2015, pág. 25

3. COMPORTAMIENTO DE LOS ELEMENTOS DE ACERO SEGÚN SU ESBELTEZ

Las vigas y columnas de un pórtico de acero se encuentran sometidas a efectos de flexión, la capacidad de estos elementos de soportar estas solicitaciones es en función de la compacidad de las secciones, como se indica en la figura 7, es decir de la clasificación de las secciones en función de sus relaciones de ancho versus espesor.

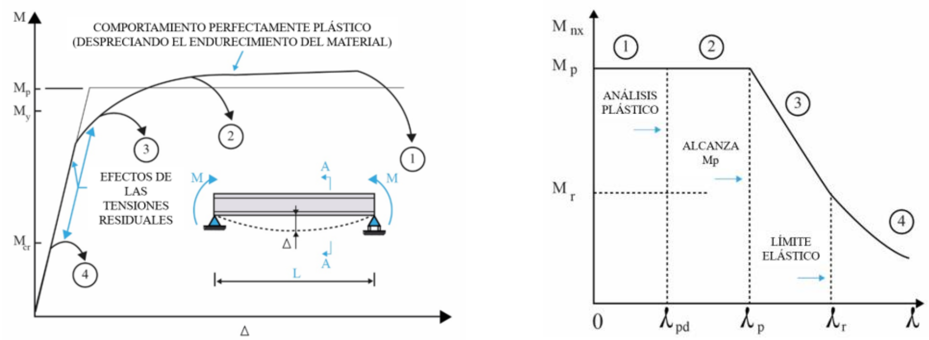


Figura 7 Capacidad a flexión de una sección en función de su compacidad

- **Secciones con alta ductilidad (1).** Se puede alcanzar un momento resistente igual al momento plástico, además podría desarrollar grandes deformaciones unitarias sin falla prematura por inestabilidad local (pandeo). La relación de anchura-espesor $\lambda \leq \lambda_{pd}$.
- **Sección moderadamente dúctil (2).** Sección que tiene poca probabilidad de presentar pandeo local, no obstante, puede mantener deformaciones unitarias tan altas como en el caso anterior. En este caso: $\lambda_{pd} < \lambda \leq \lambda_p$.
- **Sección no compacta (3).** Pasado del límite de fluencia se pierde su capacidad de carga a causa del pandeo local (falla inelástica). $\lambda > \lambda_p$
- **Sección esbelta (4).** La sección no desarrolla su máxima capacidad de carga debido a una falla por pandeo, esto limita también su capacidad de deformación. En este caso $\lambda > \lambda_r$

El pandeo es un fenómeno conocido como la inestabilidad elástica que puede darse en elementos comprimidos, en especial cuando sus elementos son esbeltos, y que se manifiesta por la aparición de desplazamientos importantes transversales a la dirección principal de compresión (figura 8).

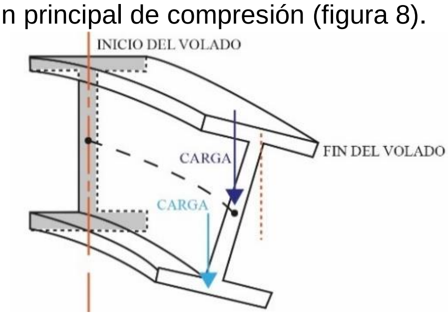
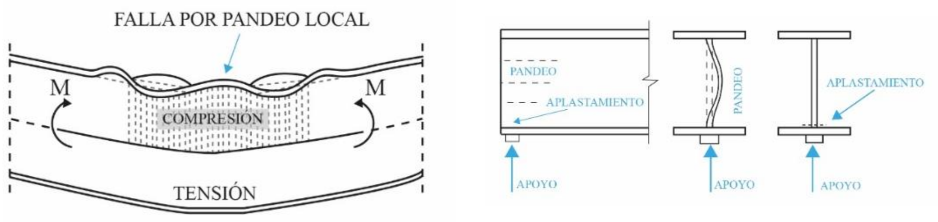


Figura 8 Pandeo lateral torsional en un volado.

Los efectos de pandeo o inestabilidad podrían presentarse de manera local en una sección, como se ilustra en la figura 9.



a) **b)**

Figura 9 a) Pandeo local del patín b) Pandeo local del alma.

La función ***Compacidad_Elementos*** determina la relación de aspecto b/t_f (ala) y h/t_w (alma); los valores límites que se programaron son los del AISC 341-16. El programa clasifica a los elementos en: ***HD*** altamente dúctil; ***MD*** moderadamente dúctil y ***ND*** poco dúctil. Más adelante se habla sobre esta función.

3.1 CAPACIDAD A FLEXIÓN DE ELEMENTOS DE ACERO

Al aplicar un momento flector a una viga, la sección transversal de la misma se deforma y debe resistir esfuerzos internos debido a esta solicitación. En primera instancia se supone que el material (acero) se comporta en su rango elástico y las deformaciones que se observan en la sección son elásticas, es decir que al retirar la carga, la sección regresa a su condición inicial sin sufrir daños; sin embargo, si el momento aplicado (solicitación) supera el esfuerzo de fluencia, es decir si la sección supera el rango elástico, la viga contempla deformaciones plásticas que al retirar la carga ya no se recuperan, en consecuencia la sección queda “deformada”. Una secuencia de los esfuerzos en función del momento aplicado se tiene en la figura 10.

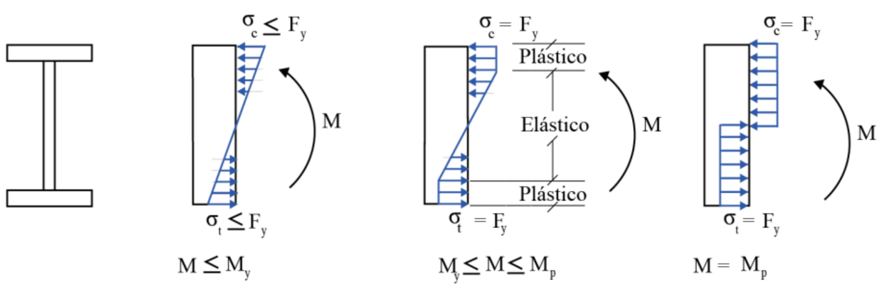


Figura 10 Esfuerzos internos en una sección en función del momento aplicado.

Las vigas de acero pueden llegar a tener el comportamiento mostrado en la figura 11; es importante evitar la inestabilidad global y local de las vigas para poder desarrollar su capacidad de plastificación (generalmente se recomienda que las secciones sean compactas y que los elementos tengan soporte lateral para tener este comportamiento, pero ante un terremoto es preferible que trabajen en el rango elástico).

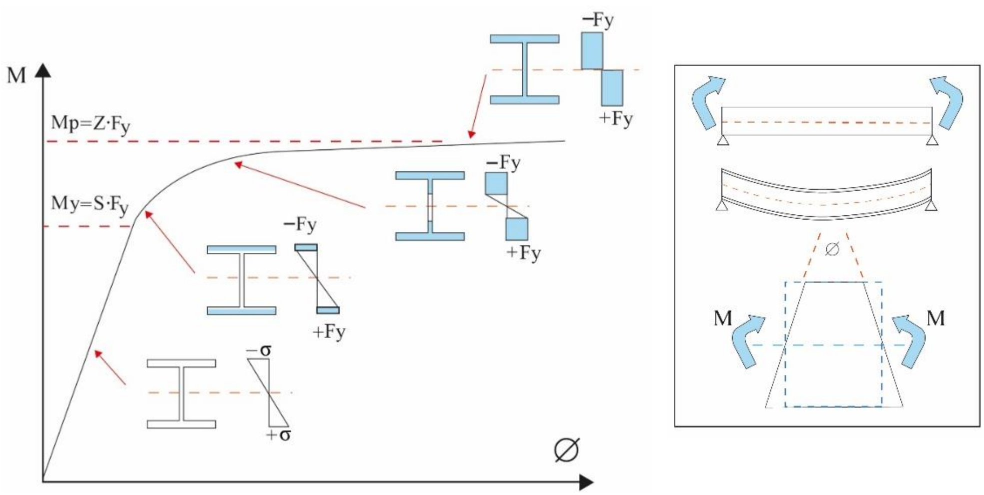
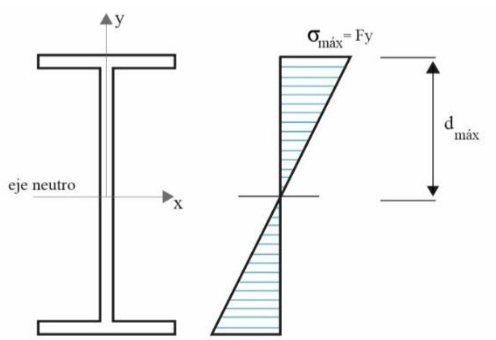


Figura 11 Diagrama momento versus curvatura en una sección I.

- **Diseño elástico:**

El momento elástico (Me) es el momento para el cual la fibra más alejada del eje neutro alcanza el esfuerzo de fluencia (Fy), este valor se encuentra relacionado con el módulo de la sección elástico, que generalmente está detallado en catálogos comerciales de perfiles y presenta la nomenclatura “W” o “S”. El módulo de sección es la relación de la inercia (I) para la distancia a la fibra más externa del perfil desde al eje neutro, en perfiles simétricos respecto al eje “x” esta distancia es igual a la del centro de gravedad (ycg) como se muestra en la figura 12.



$$W_{x-x} = S_{x-x} = \frac{I_{x-x}}{y_{cg}}$$

$$Me_{x-x} = Fy * S_{x-x}$$

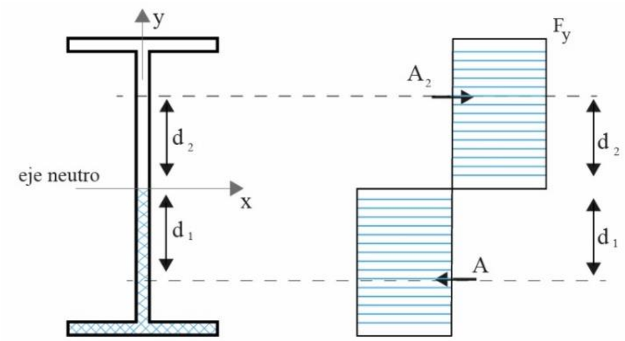
Figura 12 Esfuerzos internos en una sección sometida al momento elástico.

- **Diseño plástico:**

Una sección para poder desarrollar la plastificación debe cumplir con ciertos criterios para garantizar su respuesta inelástica, estos criterios son:

- Calidad del acero utilizado para poder alcanzar ductilidad.
- Relaciones geométricas de su sección para evitar el pandeo local.
- Separación de los soportes laterales para evitar la inestabilidad del perfil (más adelante se detalla este tema).

El momento plástico (Mp) de un perfil de acero es el momento que es capaz de plastificar todas y cada una de las fibras de la sección (en perfiles simétricos respecto al eje x-x la sección tiene la mitad de la sección en compresión y la otro parte en tracción, de modo que la sección se encuentre en equilibrio). Este valor de momento se encuentra relacionado con el módulo plástico (Z) que a su vez es la relación del área del perfil (A) multiplicado por distancia desde el centro de gravedad de cada área al eje neutro (d) como se presenta en la figura 13.



$$Zxx = A1 * d1 + A2 * d2$$

$$Mp = Fy * Z_{x-x}$$

Figura 13 Esfuerzos internos en una sección sometida al momento plástico.

Nota: Depende del criterio del diseñador elegir las secciones que cumplen con un momento máximo nominal relacionado con el momento elástico o plástico; de esta decisión dependerá el costo de la estructura y el nivel de seguridad, generalmente se intenta aprovechar al máximo las secciones y por ello se diseña para que el momento nominal sea $Mn = \emptyset * Mp$, donde $\emptyset = 0.9$; sin embargo, se debe asegurar las condiciones necesarias para llegar a la plastificación de las secciones.

El programa ***Capacidad_Elementos_Acero_V2*** determina la capacidad a carga axial, corte y momento de los elementos, posteriormente se habla con más detenimiento sobre esta función, por ahora se debe decir que la longitud no arriostrada de la viga debe ser menor que L_b (para evitar pandeo local) y menor que L_p para evitar pandeo lateral torsional, debe ser menor que las dos.

3.2 CAPACIDAD AXIAL DE ELEMENTOS DE ACERO

Al aplicar una carga axial de tracción en una sección de acero su capacidad nominal está dada por la ecuación 1.

$$P_n = F_y * A_g \qquad (1)$$

Donde F_y representa el esfuerzo de fluencia del material y A_g el área de la sección transversal. No existe reducción de capacidad a tracción, no obstante, se limita la longitud del elemento hasta 300 veces el radio de curvatura mínimo de la sección, esto se lo hace para controlar flechas excesivas y ondulación o vibración lateral, además se procura que la rigidez sea adecuada con estos elementos.

Al aplicar cargas de compresión en un perfil de acero su capacidad se puede afectar debido a la inestabilidad o pandeo de la sección, estas fuerzas causan deflexiones laterales fuera de su plano y es por ello los códigos de diseño sísmico limitan la capacidad a compresión en función de un esfuerzo crítico (ecuación 2), que a su vez depende la relación de esbeltez λ de la sección (ecuación 3).

$$P_n = F_{cr} * A_g \tag{2}$$

$$\lambda = \frac{k \cdot L}{r} \tag{3}$$

Donde F_{cr}, es el esfuerzo critico; k, es un factor en función de las condiciones de borde o apoyo del elemento; L, es la longitud del elemento; r, es el radio de giro de la sección. Para el diseño con la metodología LRFD se debe reducir la capacidad nominal por factores $\emptyset$ que para compresión es 0.90

La carga de pandeo de Euler es la carga axial máxima que se puede aplicar a una columna sin producir el pandeo de la misma. Esta carga es función del esfuerzo critico de Euler que se calcula con la ecuación 4.

$$Fcr_{EULER} = \frac{\pi^2 \cdot Es}{\left(\frac{K \cdot L}{r}\right)^2} \tag{4}$$

Mientras mayor es la relación de esbeltez, hay mayor probabilidad de que la columna falle por pandeo y la sección tendrá menor capacidad. Por lo que la capacidad del material debe ser modificada por un factor, para determinar la capacidad real a la cual estará trabajando. Las ecuaciones que dispone la normas se realizaron en base a ensayos, en donde se evaluó experimentalmente la influencia de los esfuerzos residuales y las imperfecciones en los perfiles estructurales, generando una banda de posibles resultados como se muestra en la figura 14.

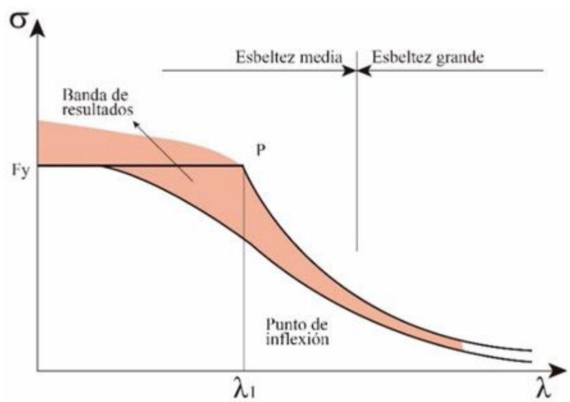


Figura 14 Esfuerzo versus relación de esbeltez de un elemento sometido a compresión.

Existen varios autores que han propuesto curvas de esfuerzo – esbeltez, las cuales permiten determinar la capacidad real del material.

La ecuación de Euler presenta valores superiores al límite de fluencia del material, es por ello que se corrige para calcular con ella el esfuerzo critico como se indica en la ecuación 5.

$$\begin{aligned} Fcr_{EULER} < Fy \rightarrow Fcr = Fcr_{EULER} \\ Fcr_{EULER} \geq Fy \rightarrow Fcr = Fy \end{aligned} \tag{5}$$

La expresión de Rankine Gordon se presenta en la ecuación 6.

$$Fcr = \frac{Fcr_{EULER} * Fy}{Fcr_{EULER} + Fy} \tag{6}$$

La ecuación de Rankine es la ecuación 7.

$$Fcr = \frac{Fy}{1 + \frac{Fy * \left(\frac{KL}{r}\right)^2}{\pi^2 * Es}} \tag{7}$$

La especificación AISC 360 propone la ecuación 8.

$$\begin{aligned} Fcr_{EULER} < 0.44 \cdot Fy \rightarrow Fcr = 0.877 * Fcr_{EULER} \\ Fcr_{EULER} \geq 0.44 \cdot Fy \rightarrow Fcr = 0.658^{\frac{Fy}{Fcr_{EULER}}} * Fy \end{aligned} \tag{8}$$

Aplicando las expresiones para el material A36 se tiene en la figura 15.

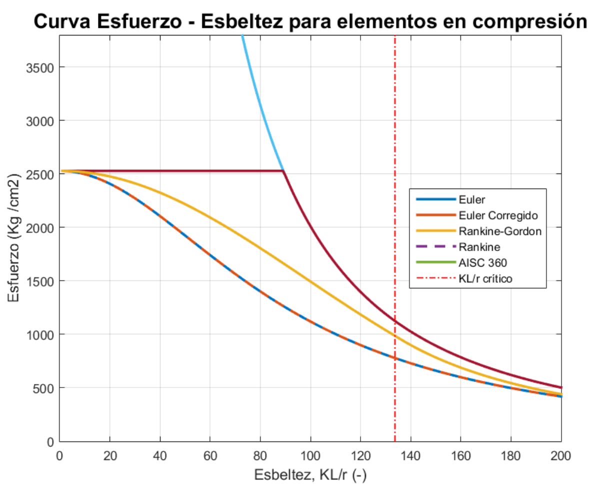


Figura 15 Esfuerzo versus relación de esbeltez de un elemento sometido a compresión.

Para los cálculos se utiliza el valor dado por una de las curvas intermedias, es decir por la curva de la AISC 360, gráficamente se muestran en la figura 16.

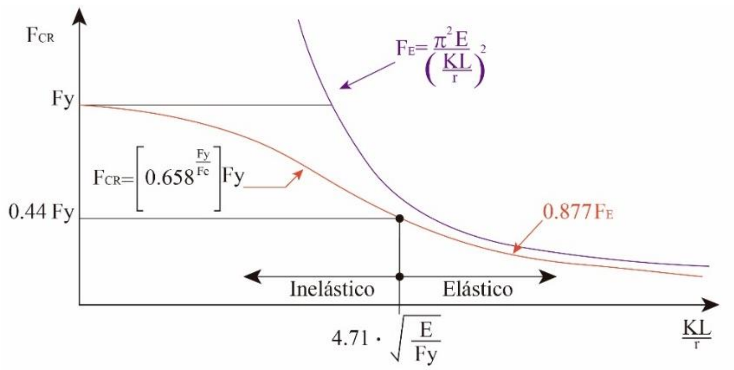


Figura 16 Esfuerzo versus relación de esbeltez de un elemento sometido a compresión.

4. PREDISEÑO DE ELEMENTOS

Para el prediseño de elementos se asume que las vigas de los primeros 3 pisos serán iguales (estructura de figura 6), independiente de que los vanos sean 5 y 7 metros, y el diseño se realiza para la viga de mayor longitud, esto se lo hace por consideraciones prácticas constructivas y evitando que existan un desbalance con vigas en un mismo nudo.

Inicialmente se recomienda determinar la altura del perfil, se sugiere tomar una altura mínima (h) en función de la longitud de la viga (L), como se recomienda en la ecuación 9.

$$h = \frac{L}{18} \tag{9}$$

Para una longitud de 7 metros, la altura mínima de viga recomendada es 0.40 metros; para definir las dimensiones de la sección se emplea la combinación de cargas más conservadora para cargas gravitacionales (NEC SE CG 2015), esto es:

$$C1 = 1.2 \cdot CM + 1.6 \cdot CV \tag{10}$$

La carga muerta CM en el piso inferior es 500 kg/m^2 y la carga viva CV es de 250 kg/m^2. El ancho colaborante es 6 metros, por lo tanto, la carga uniformemente distribuida en la viga con la combinación de cargas se define por:

$$q = (1.2 \cdot CM + 1.6 \cdot CV) \cdot L_{colaborante} \tag{11}$$

El valor de la carga "**q**" en la viga es de 6.0 T/m, con esta cantidad se determina los momentos en los extremos y en el centro de luz de la viga con las expresiones de la figura 17. Se obtiene un momento en el centro de $12.25\ (T \cdot m)$ y en los extremos de $24.5\ (T \cdot m)$.

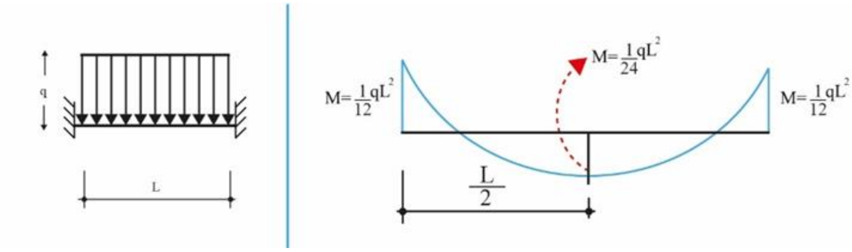


Figura 17 Diagramas de momento en una viga empotrada.

Las vigas principales son parte del sistema de pórtico resistente a momento, es decir que además de soportar las cargas verticales, también deberá soportar cargas laterales, por lo tanto, el momento último sobre la sección debido a cargas verticales debe ser mayorado para considerar el efecto del sismo (Guerra, 2015); el valor del momento por sismo, para este caso se puede considerar como:

$$Mu_{sismo} = f.Mu_{carga\ gravitacional} \tag{12}$$

La tabla 2 muestra los valores del factor f, para los distintos niveles de un edificio:

Tabla 2 Factores de amplificación de efectos por sismo.

Niveles	***f***
Pisos bajos	1.2
Pisos intermedios	0.9
Pisos altos	0.5

Ya que se trata del prediseño para todos los pisos, se escoge el valor de $f = 1.2$. Entonces el momento último de diseño, en su condición más conservadora es $Mu_{sismo} = 29.4\ (T \cdot m)$.

Considerando el diseño de ultima resistencia donde se tiene que la capacidad del perfil ($\phi \cdot Mn$) debe ser al menos igual a la solicitación (Mu), para el prediseño se tiene:

$$\emptyset \cdot Mn \approx Mu$$

$$\emptyset \cdot Mp = Mu$$

$$Mp = \frac{Mu}{\emptyset} \tag{13}$$

Conocido el momento último, que se estima actuará en las vigas de $Mu_{sismo} = 29.4\ (T \cdot m)$, se determina para este momento, el módulo plástico requerido:

$$Mp = Fy * Z_{x-x} \quad (14)$$

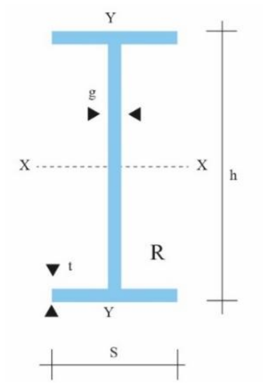
$$Zxx_{req} = \frac{Mu}{\emptyset \cdot Fy} \quad (15)$$

Siendo el tipo de acero estructural A36, se tiene que $Fy = 2530\ [kg/cm^2]$, además para el diseño a flexión el coeficiente de reducción es $\emptyset = 0.9$, entonces:

$$Zxx_{req} = \frac{\left(29.4\ T \cdot m * \frac{1000\ kg}{1\ T} * \frac{100\ cm}{1m}\right)}{0.9 * 2530 \frac{kg}{cm^2}} \quad (16)$$

$$Zxx_{req} = 1291.17\ [cm^3] \quad (17)$$

En los catálogos comerciales se puede observar que la sección IPE 450, cuyas dimensiones se aprecian en la figura 18, cumple con un módulo de sección elástico de 1500 cm^3, es decir que su módulo plástico será superior a este valor, por ello se considera esta sección para el análisis inicial.



Datos de la sección		
IPE 450		
s =	190	mm
h =	450	mm
g =	9.4	mm
t =	14.6	mm

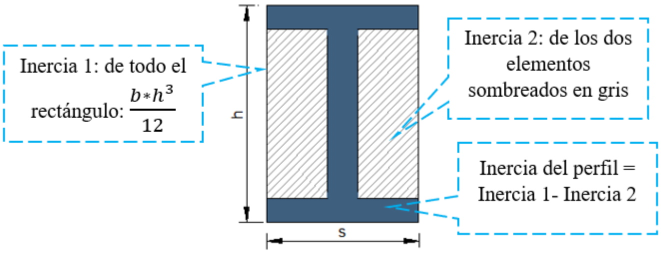
Figura 18 Dimensiones de la sección IPE 450.

Los autores consideran que este artículo debe ser una referencia para los estudiantes y personas que están iniciando en el calculo de estructuras, es por ello que se detallará el cálculo del módulo de sección elástico y plástico.

Módulo de sección elástico:

Para calcular el módulo elástico en una sección tipo “I” con patín superior e inferior de las mismas dimensiones se aplica la ecuación 18, la distancia ycg se mide desde el eje neutro a la fibra más alejada y es igual a h/2, además se determina la inercia del perfil con el siguiente razonamiento:

$$W_{x-x} = S_{x-x} = \frac{I_{x-x}}{y_{cg}} \quad (18)$$



(a)

I1 =	144281.3	cm^4
I2 =	112140.8	cm^4
Inercia =	**32140.4**	**cm^4**
y cg =	22.5	cm
Sxx =	**1428.5**	**cm^3**

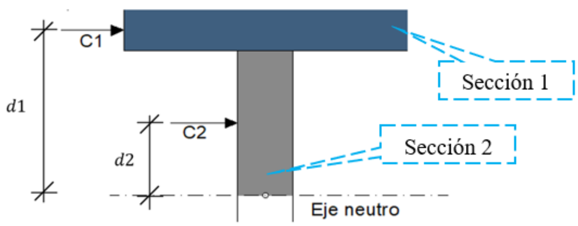
(b)

Figura 19 a) Cálculo de la inercia de un perfil I. b) Resultados del cálculo.

Módulo de sección plástico:

En secciones simétricas se divide la sección como se indica en la figura 20a y se determinar el módulo plástico de la sección con la ecuación 19, donde A_i es el área de cada sección y d_i es la distancia desde la mitad de la sección "I", es decir la base de la "T", hasta el centro de gravedad de cada sección (cada rectángulo). En la figura 20b se presenta los resultados del cálculo.

$$Zxx = 2 * (A1 * d1 + A2 * d2) \quad (19)$$



(a)

Propiedad	Sección 1	Sección 2	Unidad
Área	27.74	19.78	cm^2
d (distancia al CG)	21.77	10.52	cm
Módulo plástico de sección, Z		**1623.9**	**cm^3**

(b)

Figura 20 a) Cálculo del módulo plástico de sección. b) Resultados del cálculo.

Nota: Existe una diferencia entre el módulo presentado en el catálogo y el calculado debido a que las vigas IPE mantiene un radio de curvatura en la conexión del patín al alma, la variación es del 5% entre los valores mencionados.

En la ecuación 20 se determina el factor de seguridad al utilizar esta sección, es decir la relación entre el módulo plástico de sección calculado de la viga IPE 450 versus el valor requerido.

$$FS = \frac{Zxx_{viga}}{Zxx_{req}} = \frac{1623.9}{1291.17} = 1.26 \tag{20}$$

Las secciones IPE generalmente cumplen con una compacidad para catalogar a las secciones como altamente dúctiles, esto se comprobará más adelante, pero de manera inicial se decide emplear estas dimensiones de vigas de los pisos 1 a 3 y para las vigas de la cubierta se empleará una sección IPE 400.

Para prediseñar una columna se debe calcular la carga axial en función del área colaborante de la columna más cargada en planta baja, en este caso la columna del eje B de la figura 6. La expresión 21 permite realizar la sumatoria de la carga de cada piso.

$$Pu = \sum_{i=1}^{num\ pisos} (1.2 \cdot CMi + 1.6 \cdot CVi) \cdot \left(L_{colaborante} \cdot \frac{L_{viga\ izquierda} + L_{viga\ derecha}}{2} \right) \tag{21}$$

El valor resultante es $Pu = 128.9\ (T)$. Amplificando este valor por $f = 1.2$ debido a efectos sísmicos, como se indicó anteriormente para vigas, se tiene un valor de carga axial de $\boldsymbol{Pu_{sismo} = 154.66\ (T)}$.

Acorde a Guerra (2015) la relación de esbeltez para una columna de alrededor de 3 [m] de altura está entre 40 y 60. Para un elemento de acero A-36, con una relación de esbeltez de 60, el esfuerzo crítico será $Fcr = 2093 \left[\frac{kg}{cm^2}\right]$ esto se indica en la tabla 3.

Tabla 3 Esfuerzo critico calcula con diferentes metodologías.

Datos del material					
Fy =	2530.00	[Kg /cm^2]		KL/r crítico =	134
Es =	2.04E+06	[Kg /cm^2]			
KL/r	**Fe EULER**	**Euler corr**	**Rankine Gor**	**Rankine**	**Fcr AISC 360**
30	22359	2530	2273	**2273**	2413
40	12577	2530	2106	**2106**	2326
50	8049	2530	1925	**1925**	2218
60	**5590**	**2530**	**1742**	**1742**	**2093**
70	4107	2530	1566	**1566**	1955
100	2012	2012	1121	**1121**	1495

Si se calcula la relación del esfuerzo determinado mediante las ecuaciones del AISC 360 y el $Fy = 2530\ [kg/cm2]$ del acero A36, se tiene una disminución del 20% de la capacidad del material.

A continuación, se determina el área requerida de la columna como se indica en las siguientes ecuaciones:

$$Esfuerzo = \frac{Fuerza}{Área} \tag{22}$$

$$Área_{requerida} = \frac{Fuerza}{Esfuerzo} = \frac{Pu_{sismo}}{\emptyset \cdot Fcr} \tag{23}$$

$$Área_{requerida} = \frac{154.66[T] \cdot \frac{1000\ kg}{1\ T}}{0.9 \cdot 2093\ [kg/cm^2]}$$

$$\mathbf{Área_{requerida} = 82.1\ [cm^2]}$$

Debido a cargas axiales se requiere una sección de columnas relativamente pequeña comparada con las vigas, no obstante, en columnas el diseño muchas veces no se encuentra controlado por fuerzas sino por los desplazamientos, específicamente para mantener derivas relativas de piso inferiores a las marcadas en los códigos de diseño, acorde con la NEC – 15 se tiene un límite máximo de 2%, valor que implica daño como se lo menciona en el artículo de Aguiar (2017 a). Incluso en muchos casos las dimensiones de las columnas se definen debido al diseño por capacidad, es decir que la capacidad de las columnas debe ser mayor a la de vigas para asegurar la disipación de energía como daño en estos elementos y esto se cumple cuando la relación indicada en la ecuación 24 es verdadera.

$$\frac{\sum M\dot{p}c}{\sum M\dot{p}v} \geq 1.0 \tag{24}$$

Donde $\sum M\dot{p}c$ es la sumatoria de los momentos plásticos nominales de las columnas que llegan a la junta; $\sum M\dot{p}v$ es la sumatoria de los momentos plásticos nominales de las vigas que llegan a la junta. Un diagrama de cuerpo libre de una junta o nudo para una columna interior de un pórtico a momento se muestra en la figura 21.

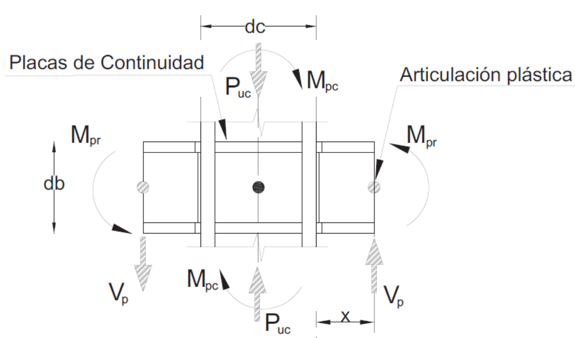


Figura 21 Nudo de una columna interior de un pórtico. NEC-SE-AC 2015.

Mediante un diseño en base a la metodología LRFD, es decir en base a factores de carga y resistencia, se define la sumatoria de momentos plásticos nominales de las columnas que llegan a la junta como se muestra en la ecuación 25 y para vigas se presenta en la ecuación 26.

$$\sum M\dot{p}c = \sum Zcol \cdot \left(Fy - \frac{Puc}{Ag}\right) \quad (25)$$

$$\sum M\dot{p}v = \sum \left(1.1 \cdot Ry \cdot Fy \cdot Zviga + Mu_{viga}\right) \quad (26)$$

Donde $\boldsymbol{Zcol}$ y $\boldsymbol{Zviga}$ son los módulos plásticos de las columnas y vigas (si se considera una conexión RBS entonces $\boldsymbol{Zviga}$ debe calcularse en el centro de la RBS); $\boldsymbol{Fy}$ es el esfuerzo de fluencia del material que compone cada elemento; $\boldsymbol{Puc}$ es la carga axial requerida para la columna usando las combinaciones de carga para columnas (se debe incluir la sobre resistencia, más adelante se explica con detalle); $\boldsymbol{Ag}$ es el área bruta de la sección; $\boldsymbol{Ry}$, es el factor de esfuerzo de fluencia probable (para A36 este valor es 1.3 acorde a la NEC-SE-AC 2015) y $\boldsymbol{Mu_{viga}}$ es el momento adicional basado en las combinaciones de carga (producido por la fuerza de corte localizado en la zona donde probablemente se tendrá la articulación plástica multiplicado por la distancia hasta la junta o nudo).

Un índice para asegurar el criterio mencionado anteriormente, que se conoce como columna fuerte y viga débil, es la relación de la sumatoria de los módulos plásticos de sección de columnas respecto a la sumatorias de estos módulos de sección de vigas que debe ser superior a 1.15 como se indica en Uang et al (2001). A continuación, se presenta la deducción de esta relación considerando los parámetros particulares para este proyecto.

Las columnas del eje B en el primer piso y segundo piso tendrán la misma sección, además se asume que la relación de la demanda versus la capacidad a compresión en la que se encontraran es del 30%, es decir que $\frac{Puc}{Ag \cdot Fy} = 0.3$, entonces $\frac{Puc}{Ag} = 0.3 \cdot Fy$; por lo tanto, la ecuación 25 queda como se indica a continuación.

$$\sum M\dot{p}c = \sum Zcol \cdot \left(Fy - \frac{Puc}{Ag}\right)$$

$$\sum M\dot{p}c = 2 \cdot Zcol \cdot (Fy - 0.3 \cdot Fy)$$

$$\boldsymbol{\sum M\dot{p}c = 2 \cdot 0.7 \cdot Zcol \cdot Fy} \quad (27)$$

En las vigas si se considera una conexión RBS el módulo plástico de la sección disminuye debido a la reducción de los patines, por efectos de estar en un prediseño se considera una reducción de 30%, además por facilidad se puede asumir que $\boldsymbol{Mu_{viga}}$ es el 15% del momento plástico de la sección (recordar que la viga izquierda y derecha tiene la misma sección). De la ecuación 26 se puede determinar que:

$$\sum M\dot{p}v = \sum \left(1.1 \cdot Ry \cdot Fy \cdot Zviga_RBS + Mu_{viga}\right)$$

$$\sum \dot{Mpv} = 2 \cdot \left(1.1 \cdot 1.3 \cdot Fy \cdot 0.7 \cdot Zviga + 0.15 \cdot (1.1 \cdot 1.3 \cdot Fy \cdot 0.7 \cdot Zviga)\right)$$

$$\boldsymbol{\sum \dot{Mpv} = 2 \cdot 1.15 \cdot Fy \cdot Zviga} \tag{28}$$

Al reemplazar las ecuaciones 27 y 28 en 24 se tiene:

$$\frac{\sum \dot{Mpc}}{\sum \dot{Mpv}} \geq 1.0$$

$$\frac{2 \cdot 0.7 \cdot Zcol \cdot Fy}{2 \cdot 1.15 \cdot Fy \cdot Zviga} \geq 1.0$$

$$\boldsymbol{\frac{Zcol}{Zviga} \geq 1.64} \tag{29}$$

Para el caso particular la columna debe tener un valor de módulo plástico de sección de 1.64 veces el valor de $Zviga = 1623.9\ cm^3$ esto implica un $Zcol = 2663.2\ cm^3$. Además, se debe mencionar que en columnas se requiere de espesores de patín y alma superiores a los que generalmente se tiene en las IPE, es por ello que se recomiendan secciones tipo HEB. En este caso se determina una columna HEB 400 con un $Zcol = 3125.4\ cm^3$ y un área de 191.52 cm^2, además para las columnas de los ejes A y D se definen secciones HEB 360.

Se debe mencionar que hasta este punto las secciones de los elementos presentadas en la figura 22 son en base a un prediseño y se requiere de cálculos que permitan corroborar las secciones de los elementos o refutar las mismas.

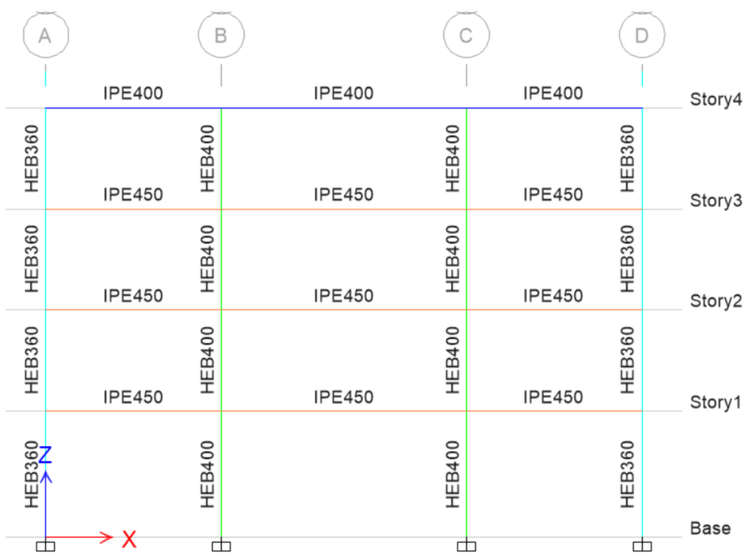
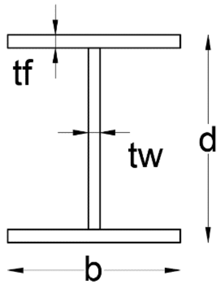


Figura 22 Secciones del pórtico con base en un prediseño.

Las siguientes propiedades de material corresponden a las del acero ASTM A36, Fy = 36 ksi, Fu = 58 ksi y E = 29000 Ksi. Las dimensiones de las columnas y vigas se definen en la Tabla 4, donde la identificación del color es consistente con la figura 22.

Tabla 4 Descripción de las secciones de los elementos estructurales.



Color	Elemento	Dimensiones (mm) **d** x **b** x **tf** x **tw**
	Columnas HEB400	400x300x24x13.5
	Columnas HEB360	360x300x22.5x12.5
	Vigas IPE450	450x190x14.6x9.4
	Vigas IPE400	400x180x13.5x8.6

5. MODELACIÓN CON *CEINCI-LAB*

Para comprobar las dimensiones de columnas y vigas se debe realizar el modelo del pórtico y en base al análisis sísmico determinar los desplazamientos, derivas y cortante basal, verificando que se cumpla con la deriva inelástica máxima de la NEC-15 para estructuras de acero. Además, se debe definir las combinaciones de carga y determinar las fuerzas internas en los elementos, para pórticos planos esto implica Axial, Corte y Momento Flector. Posteriormente se debe comparar la demanda máxima con la capacidad de los elementos para verificar que sean adecuados, además se comprueba que la relación de la capacidad de las vigas versus la capacidad de las columnas que convergen a un nudo sea inferior a 1, asegurando un comportamiento sismorresistente adecuado.

Se debe mencionar que las unidades en ***CEINCI-LAB*** deben ser consistentes durante todo el análisis, por ejemplo, en ese caso se emplea Toneladas fuerzas y metros.

Inicialmente se requiere de datos los vectores ***sv, sp*** que corresponden a las separaciones de cada vano y alturas de piso; con las funciones **geometria_nudo_viga**; **glinea_portico2**; **gn_portico2**, con ello se calcula la cantidad de vanos, pisos, columnas, vigas, nudos y restricciones, además se definen las coordenadas X, Y de la estructura y los vectores NI, NJ, que contienen a los nudos iniciales y finales de los elementos.

En el programa se considera cargas uniformemente distribuidas en cada piso (Carga por unidad de longitud), esto se asigna en los vectores **CM** y **CV** que corresponden a los estados de carga muerta y viva. Para el análisis sísmico se considera que la carga reactiva del sismo se compone por la carga muerta, en el

caso general, y casos particulares se considera un porcentaje de la carga viva, para este caso se asume un 25% de la carga viva adicional a la carga muerta total.

Para el análisis sísmico de pórticos planos, considerando únicamente la componente horizontal del sismo, se puede definir un modelo simplificado de un grado de libertad por piso como se indica en Pilatasig et al. (2020). Para la definición de este modelo se calculan los grados de libertad con la función **cg_sismo2**. El código de **CEINCI-LAB** hasta este punto del análisis se muestra en la figura 23.

Código del programa principal, parte 1:

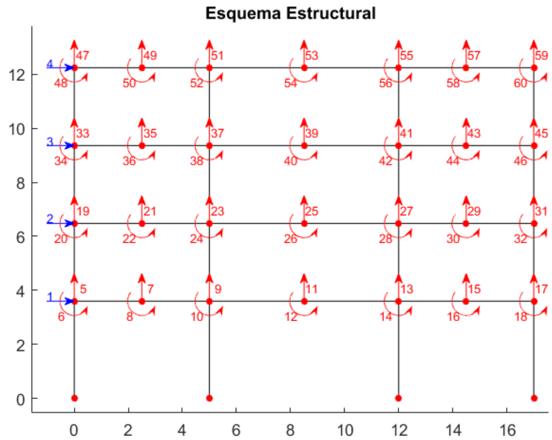
```
%% Geometría del pórtico
sv =[5.00;7.00;5.00]; %Ingresar un vector con la longitud de vanos en
(metros)
Long_Piso=5*2+7.0; % Longitud (m)
Ancho_Col=6; % Ancho colaborante
sp =[3.6;2.88;2.88;2.88]; %Ingresar un vector con la altura de pisos en
(metros)
np = length(sp); % Número de pisos
% ...............................................
[nv,np,nudt,nudcol,nudvg,nod,nr]=geometria_nudo_viga(sv,sp);
[X,Y]=glinea_portico2(nv,np,sv,sp,nod,nr);
[NI,NJ]=gn_portico2(nr, nv, nudt, nudcol, nudvg);

%% Cargas aplicadas a las vigas de cada piso
CM=[0.5;0.5;0.5;0.35]*Ancho_Col; % Carga muerta T/m en cada piso
CV=[0.25;0.25;0.25;0.1]*Ancho_Col; % Carga viva T/m en cada piso
Porc_viva=0.25; % Fracción de carga viva para la carga reactiva del sismo
(W=D+Porc*L)
for i=1:np
qp(i,1)=-(CM(i,1)+(Porc_viva*CV(i,1))); % Carga distribuida en vigas en cada
piso T/m
end
[CG,ngl]=cg_sismo2(nod,nr,Y); %Calcula los grados de libertad análisis
sísmico

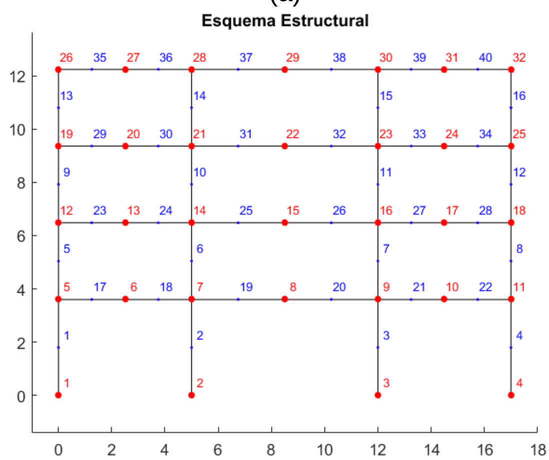
% % Dibujo de la Estructura 2D
% dibujo(X,Y,NI,NJ)
 dibujogdl(X,Y,NI,NJ,CG)
 dibujoNudElem(X,Y,NI,NJ,CG)
```

Figura 23 Código de ***CEINCI-LAB*** con datos de geometría y cargas**.**

Con las rutinas de ***CEINCI-LAB*** **dibujo, dibujogdl, dibujoNudElem** se puede graficar el esquema estructural; los grados de libertad en cada nudo y la numeración de nudos y elementos, como se puede observar en la figura 24a y 24b. Los grados de libertad presentados son para el análisis sísmico.



(a)



(b)

Figura 24 a) Grados de libertad para análisis sísmico; b) Numeración de nudos y elementos**.**

En la monografía de Aguiar *et al*. (2020) se indica el procedimiento para asignar diferentes secciones a los elementos del pórtico, esto es en base a la matriz **Sec_VG_COL** que contiene en cada fila un tipo de sección, además en la primera columna de cada fila se indica el tipo de sección seguido de las dimensiones del elemento; las dimensiones son peralte, **d**; espesor del alma, **tw**; ancho del patín superior, **bs** e inferior **bi**; espesor de los patines superior **tfs** e inferior **tfi**.

Para designar cada sección a un elemento se debe tener en cuenta la numeración de los mismos, que se indica en la figura 24b, la matriz **Elem_Sec_VG_COL** que tiene en la primera columna el tipo de sección y seguido a esta columna se debe escribir el número de elemento a la cual se asignara la misma. El código de ***CEINCI-LAB*** se expone en la figura 25.

Código del programa principal, parte 2:

```
%% ..............................................SECCIONES
% Propiedades del material
Fy=25310.505;   % Esfuerzo de fluencia, T/m2
Es=20389019.16;% Módulo de elasticidad, T/m2
Fu=40778.036;   % Esfuerzo último, T/m2
Uso_Conexion = 1;
Ry = 1.3; % Factor de Fluencia Probable (Ry) depende del acero para A36
Ry=1.3

%Uso_Conexion = # % Conexión Precalificada RBS 1, Conexión
Precalificada diferente que RBS 2, No Precalificada 3.
Materiales = [Fy, Fu, Es, Uso_Conexion];

% Sec_VG_COL = Elementos I =[tipo#, d,tw,bs,bi,tfs,tfi]... En milímetros!!

Sec_VG_COL=[ 1 400, 13.5, 300,  300,  24.0,  24.0; % Tipo 1 HEB 400
             2 360, 12.5, 300,  300,  22.5,  22.5; % Tipo 2 HEB 360
             3 450,  9.4, 190,  190,  14.6,  14.6; % Tipo 3 IPE 450
             4 400,  8.6, 180,  180,  13.5,  13.5]; % Tipo 4 IPE 400

% Elem_Sec_VG_COL = ["tipo# respecto de Sec_VG_COL", Identificador de
los elementos]
Elem_Sec_VG_COL=[ 1  2,   6, 10, 14,    0,   0;
                  1  3,   7, 11, 15,    0,   0;
                  2  1,   5,   9, 13,    0,   0;
                  2  4,   8, 12, 16,    0,   0;
                  3 17, 18, 19, 20,  21, 22;
                  3 23, 24, 25, 26,  27, 28;
                  3 29, 30, 31, 32,  33, 34;
                  4 35, 36, 37, 38,  39, 40];
```

Figura 25 Código de ***CEINCI-LAB*** con datos de materiales y secciones**.**

En este punto se tiene la geometría, materiales y secciones del pórtico en análisis, en primera instancia se procede con el análisis sísmico asumiendo que se encuentra emplazado en Quito, en suelo tipo D. Aplicando la NEC-SE-DS, se obtiene los siguientes parámetros que intervienen en el cálculo del porcentaje de la carga sísmica que constituirá el corte basal acorde al "Método Estático Equivalente" (tabla 5); se tiene una columna que indica la referencia de la NEC-SE-DS 2015.

Tabla 5 Parámetros que intervienen en el cálculo del Corte Basal.

CARGAS DE SISMO				
Parámetro	**Variable**	**Valor**	**Observación**	**Referencia**
Zona Sísmica	**V**	-	-	Tabla 1. Sec.3.1.1 Pág. 27
Factor de aceleración en la zona	Z	0.4	-	Tabla 1. Sec.3.1.1 Pág. 27
Tipo del perfil del suelo	D	-	-	Tabla 2. Sec.3.1.1 Pág. 30
factor de sitio Fa	Fa	1.2	-	Tabla 3. Sec.3.2.2 Pág. 31
factor de sitio Fd	Fd	1.19	-	Tabla 4. Sec.3.2.2 Pág. 31
factor comportamiento inelás. suelo	Fs	1.28	-	Tabla 5. Sec.3.2.2 Pág. 32
Factor asociado al periodo de retorno	r	1	-	Sec 3.3.1 Pág. 34
Relación de amplificación espectral	n	2.48	-	Sec.3.3.1 Pág. 34
Aceleración en T=To	Sa_0 [g]	1.19	$S_a = \eta Z F_a$	Sec.3.3.1 Pág. 34
Periodo Límite en T=To	T_O [s]	0.127	$T_0 = 0.10 F_s \frac{F_d}{F_a}$	Sec.3.3.1 Pág. 35
Periodo Límite en T=Tc	T_C [s]	0.698	$T_C = 0.55 F_s \frac{F_d}{F_a}$	Sec.3.3.1 Pág. 34
Periodo Límite en T=TL	T_L [s]	2.856		Sec.3.3.1 Pág. 34
Coeficiente Ct	Ct	0.072	-	Sec.6.3.3 Pág. 62
Coeficiente para Calculo de Periodo	α	0.8	$T_L = 2.4 . F_d$	Sec.6.3.3 Pág. 62
Altura total del elemento	hn [m]	12.24	-	Planos
Período teórico método 1	T1 [s]	0.534	$T = C_t h_n^{\alpha}$	Sec.6.3.3 Pág. 62
Período teórico método 1 mayorado	T2 [s]	0.69	T2=1.3*T1	Sec.6.3.3 Pág. 63

Donde **V** es el cortante basal; **Sa(T)** es la aceleración espectral que se determina en función del periodo fundamental de vibración de la estructura T como se indica en la ecuación 30; **R** es el factor de modificación de respuesta sísmica; $\emptyset \boldsymbol{p}$ y $\emptyset \boldsymbol{e}$ es el factor de irregularidad en planta y elevación; **W** es la carga reactiva al sismo. En la tabla 6 se presenta los valores de las variables mencionadas y el calculo del coeficiente sísmico, el cortante basal es 19.84% de la carga reactiva total. Se debe mencionar que el valor de **R** se considera como 6, en la normativa se permite un valor máximo de 8.

$$S_a = \eta Z Fa \qquad para \quad 0 \le T \le Tc$$
$$S_a = \eta Z Fa \left(\frac{Tc}{T}\right)^r \qquad para \quad T > Tc \tag{30}$$

Donde $\boldsymbol{\eta}$ es un factor que depende de la región; **Z** es un factor de la aceleración de la zona; **Fa**, es el coeficiente de amplificación de suelo en la zona de periodo corto; **Tc**, representa el periodo límite de la meseta en el espectro de aceleraciones de la NEC 15.

En este punto es importante destacar que los espectros de diseño, en general, para un período igual a cero parten del PGA y en un período T_0 alcanzan la meseta del espectro definida por la primera ecuación de (30). En forma conservadora no se ha considerado esta rama del espectro es por eso que se tiene la primera rama entre $0 \le T \le Tc$.

Los períodos que definen el punto inicial y final de la meseta del espectro que son T_0 y T_c, están en función de los factores de sitio de aceleración F_a, de desplazamiento F_d y de suelo F_s, estipulados en NEC-15. Ahora bien, para la ciudad de Quito, es conveniente trabajar con los factores de sitio que obtuvo ERN

(2012) en el estudio de microzonificación sísmica de la ciudad. Para facilitar su uso se han elaborado dos versiones de MIZOSIQ que es el programa que, en forma amigable, reporta estos factores para cualquier lugar de la ciudad de Quito. Sangurima (2013); Astudillo (2014); Aguiar (2017 b).

Tabla 6 Coeficiente sísmico.

Pórtico de acero					
Parámetro	**Variable**	**Valor**	**Unidad**	**Obs.**	**Referencia**
Aceleración en T=To	Sa_o	1.19	g	T1 < Tc	Sec.3.3.1 Pág. 34
Factor de irregularidad en planta	Øp	1		-	Tabla 13. Sec. 5.2.3 Pág. 50
Factor de irregularidad en elevación	Øe	1		-	Tabla 14. Sec. 5.2.3 Pág. 51
Factor de reducción de respuesta	R	6		-	Tabla 16. Sec. 6.3.4 Pág. 65
Factor de importancia	I	1		-	Tabla 6. Secc. 4.1 Pág. 39
Coeficiente sísmico	**Coef.**	**0.1984**	**-**	**-**	Sec. 6.3.2 Pág. 61
Coeficiente distribución fuerzas laterales	**k**	**1.0575**	**-**	T > 0.5	Sec. 6.3.5 Pág. 67

En la NEC-SE-DS 2015 se indica el procedimiento para determinar las fuerzas laterales en cada piso, para ello se aplica la ecuación 31 que se muestra a continuación:

$$Fj = \frac{Wj * hj^k}{\sum_{i=1}^{n} Wi * hi^k} \cdot V \tag{31}$$

Donde **Wj, Wi** es la fracción del peso en cada nivel; **hj, hi** es la altura de los niveles en j e i; el valor de "**k**" se relaciona con el periodo de la estructura y varía entre 1 y 2, este valor refleja la forma en la que se distribuyen las fuerzas laterales en cada nivel de la estructura; es decir que la distribución es lineal (triangular) para valores de T < 0.5 segundos como se muestra en la figura 26, mientras que para estructuras de mayor altura (con periodos mayores a 0.5 segundos) este valor se calcula como $k = 0.75 + 0.5 * T$ y si k = 2 la distribución es parabólica (el valor máximo de k es 2); V es el cortante basal.

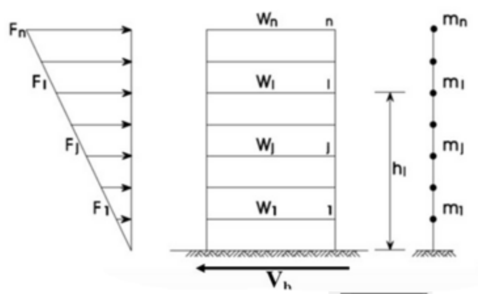


Figura 26 Fuerzas laterales en cada piso**.**

Otra metodología para calcular el cortante basal es el Método Modal Espectral, que se basa en discretizar a la estructura en sus modos de vibración

como se muestra en la figura 27 (formas de vibrar), a cada modo se asocia una frecuencia y una forma modal. Mediante el espectro se evalúa la respuesta de cada modo de vibración de la estructura y posteriormente se obtiene la máxima respuesta global de la estructura en términos de desplazamientos, derivas y cortantes en cada piso, para ello se combinan los efectos de cada modo.

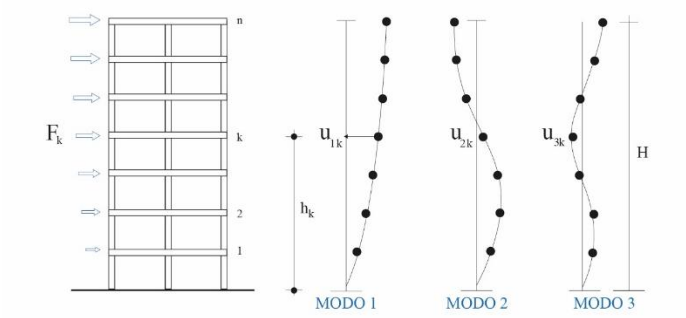


Figura 27 Ejemplo de los modos de vibración de un pórtico plano**.**

La combinación modal que se emplea en ***CEINCI-LAB*** es denominada **CQC**, también conocida como Combinación Cuadrática Completa, que considera el amortiguamiento modal como se muestra en la ecuación 32.

$$r_o \approx \sqrt{\sum_{i=1}^{N}\sum_{n=1}^{N} r_{in} r_{io} r_{no}} \tag{32}$$

La combinación CQC se usa para encontrar los desplazamientos laterales y para las fuerzas laterales, destacando que en el último caso el criterio se aplica directamente en las fuerzas laterales en cada modo. En Aguiar (2012) se presentan dos formas de encontrar las fuerzas, la primera es a partir de los cortantes y la segunda como se hace en este artículo.

Para realizar el análisis sísmico con el Método Estático Equivalente y Modal Espectral se desarrolla una nueva función denominada **Analisis_Sismico_Porticos;** esta función internamente realiza el calculo de la matriz de rigidez del pórtico, de la matriz de masas y calcula los periodos, las frecuencias y modos de vibración. Se determina el periodo con la ecuación de la NEC 15 ($T_{NEC} = 0.534\, seg$ se indica en la tabla 5), se verifica que el periodo de vibración calculado con la masa y rigidez sea menor a 1.3 veces el periodo de la NEC 15, caso contrario continua el cálculo con el periodo de la NEC mayorado en 1.3; este es un control importante para evitar que las fuerzas sísmicas sean reducidas debido a la flexibilidad de la estructura. Se recomienda que el periodo de la estructura no supere este límite de periodo.

La función de ***CEINCI-LAB*** también permite calcular el cortante basal, la distribución de las fuerzas laterales en la altura del pórtico, desplazamientos y derivas inelásticas de cada piso (ecuación 33).

$$\Delta m = 1.0 \cdot \Delta e \cdot R \tag{33}$$

$$\Delta e = \frac{Despl.Rel._{(n)}}{h} \tag{34}$$

Donde $\Delta \boldsymbol{m}$ es la deriva inelástica para cada piso, este valor debe ser menor a 0.02 para pórticos de acero (NEC 2015); **R** es el factor de modificación de la respuesta sísmica; $\Delta \boldsymbol{e}$ es la deriva elástica para cada piso; $\boldsymbol{Despl.Rel._{(n)}}$ es el desplazamiento de cada piso obtenido con la aplicación de fuerzas laterales; **h** es la altura de cada piso.

El código de **CEINCI-LAB** se describe en la figura 28.

Código del programa principal, parte 3:

```
%% Cálculos Sísmicos
% Espectro de diseño NEC 15
is=4; % Suelo D
iz=5; % Zona sísmica 5 = 0.4g
ip=2; % Región Sierra
Importancia = 1.0; % Factor de importancia
R = 6; % Factor de reducción de la fuerza sísmica
Cd = 5.5; % ASCE 7 -16 SMF
omega=3; % Sobre resistencia
Dibujar = 1; % 1 para dibujar el espectro // 2 no dibujar
fip=1;fie=1.0; % Factores de planta y elevación
zeda=0.05; % Amortiguamiento
Tipo_Estr =1;
% Tipo_Estr =1 Acero sin arriostramientos // Tipo_Estr =2 Acero con
arriostramiento
% Tipo_Estr =3 Hormigón armado sin arriostramientos // Tipo_Estr =4
Hormigón armado con arriostramiento
Espectro=[is iz ip Importancia R fip fie zeda Tipo_Estr Dibujar]; % Datos para
el espectro NEC 15

[M_Masa, M_Rigidez_Sis, T, T_Nec, Cort_Sis, Fuerzas_Sis, Derivas,
Desp_Inelast]=Analisis_Sismico_Porticos(sv, sp, qp, Sec_VG_COL,
Elem_Sec_VG_COL, Materiales, Espectro);

disp('Los periodos de vibración en segundos con CEINCI-LAB son:')
T % seg

disp('El periodo de vibración fundamental en segundos NEC 15 es:')
T_Nec % seg
```

Figura 28 Código para análisis sísmico con CEINCI-LAB.

La matriz de rigidez se muestra a continuación, se puede observar que la dimensión de esta matriz es de 4x4 debido a que se considera un modelo simplificado de 1 grado de libertad por piso, entonces la matriz de rigidez de la estructura con los grados de libertad indicados en la figura 24a se condensa en los grados de libertad principales (los horizontales):

$$K = \begin{bmatrix} 22480 & -16252 & 4414.3 & -543.96 \\ -16252 & 25923 & -16443 & 3458.2 \\ 4414.3 & -16443 & 22476 & -9899.8 \\ -543.96 & 3458.2 & -9899.8 & 6909.1 \end{bmatrix}$$

La matriz de masa también tiene dimensión 4x4 debido a que el modelo concentra la masa del piso en un punto, es decir una masa en cada nivel.

$$M = \begin{bmatrix} 5.85 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5.85 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5.85 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3.90 \end{bmatrix}$$

El periodo fundamental de vibración calculado con la matriz de masa y rigidez es de 0.615 segundos, que es inferior al limite de 1.3 veces el periodo de la NEC 15. En la figura 29 se puede visualizar el espectro elástico de diseño de color azul y de color verde el espectro reducido por el factor R, además la línea vertical de color rojo representa el periodo fundamental de vibración y las otras líneas de color gris son los otros periodos de vibración.

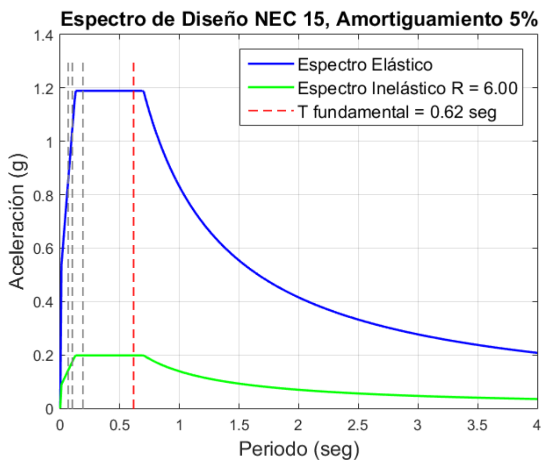


Figura 29 Espectro de diseño**.**

En la figura 30 se muestra los resultados de desplazamientos, derivas y cortante en cada piso del pórtico, determinados con ambas metodologías, la línea de color rojo representa el Método Estático Equivalente y la de color azul el Método Modal Espectral. En la figura 30 se tiene las respuestas mediante los

métodos de análisis mencionados, generalmente las respuestas del análisis Modal Espectral son inferiores a las respuestas del método Estático Equivalente. El usuario debe escoger con que fuerzas laterales continua el análisis, no obstante, se debe cuidar que la respuesta del análisis Modal Espectral sea superior al 80% del método Estático Equivalente si el usuario decide emplearlo en los siguientes análisis. En este caso el cortante basal con el método Estático Equivalente es 41.7 T y con el método Modal Espectral es 36.6 T; esto representa 87.8 % entre un método y otro. Además, la deriva inelástica máxima que se presenta en el segundo piso es 1.34 % y 1.16 % con cada método, en ambos casos es menor al 2% que se tiene como límite en la NEC 15 para pórticos de acero. Cuando se considera una conexión RBS se debe amplificar las derivas para considerar el cambio de área e inercia en las secciones de vigas, se recomienda amplificar estos valores por 10% para ser conservadores y verificar que sean menores al límite máximo de las normas, en este caso se cumple.

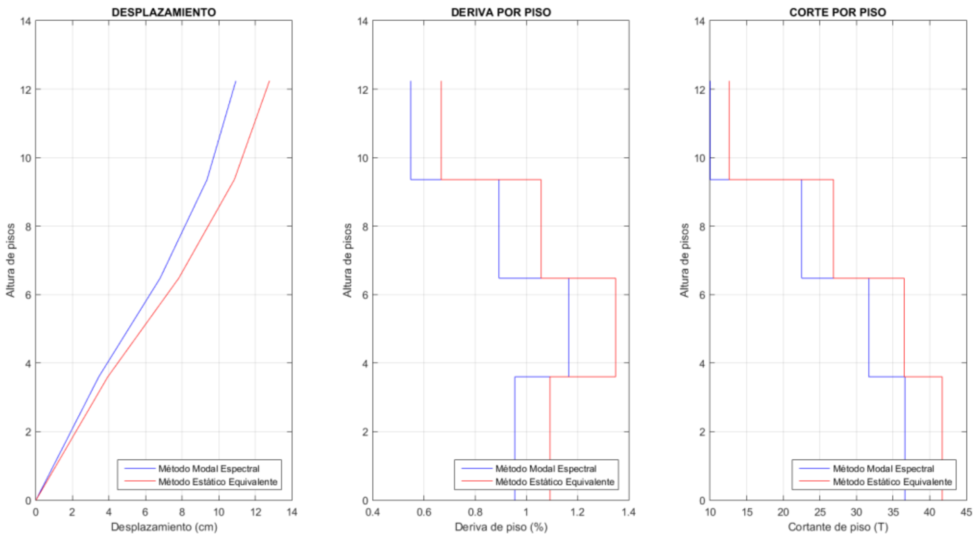


Figura 30 Respuestas del análisis sísmico**.**

A continuación, se debe calcular el índice de estabilidad de la estructura (θ), esto se relaciona con el efecto P-Delta, es decir con efectos adicionales que pueden causar un incremento en las fuerzas internas, momentos y derivas, esto se debe considerar para la evaluación de la estabilidad estructural ante posible volteo y se determina con la ecuación 35.

$$\theta_i = \frac{P_i \cdot \Delta_i}{V_i \cdot h_i} \tag{35}$$

Donde **Pi** es la carga axial debido a los estados de cargas muerta y viva, es posible considerar la reducción de cargas vivas como se establece en las normativas, sin embargo, para ser conservadores en ***CEINCI-LAB*** no se considera reducción. Δ_i es el desplazamiento relativo elástico de cada piso, si se considera una conexión RBS debido a la reducción de los patines en las vigas se puede

aumentar un 10% estos desplazamientos; $\boldsymbol{V_i}$ es el cortante en cada nivel; $\boldsymbol{h_i}$ es la altura de cada nivel. En la figura 31 se presenta el código de CEINCI-LAB, la función **Indice_Estabilidad_Sismo_V2** utiliza para el cálculo de la estabilidad las fuerzas y desplazamientos obtenidas con el método Estático Equivalente, esto se define en la variable **Metodo** que es igual a **2** en este caso, si se requiere calcular con el método modal espectral esta variable debería definirse como 1.

Código del programa principal, parte 4:

```
% Análisis de estabilidad
Metodo = 2; % 1 Modal Espectral Nec 15 // 2 Estático Equivalente Nec 15
[Teta, Teta2, Teta_Admisible]=Indice_Estabilidad_Sismo_V2(CM, CV,
Long_Piso, sp, R, Metodo, Cort_Sis, Desp_Inelast, Uso_Conexion) %NEC 15
```

Figura 31 Código para análisis de estabilidad con CEINCI-LAB**.**

Si en el análisis se incluye los efectos P-Delta desde un principio, entonces se puede calcular el índice de estabilidad con la ecuación 36.

$$\theta 2_i = \frac{\theta_i}{1+\theta_i} \tag{36}$$

Cuando el índice de estabilidad es menor a 0.10 entonces se clasifican los pisos como no susceptibles al volteo; si este índice es superior a 0.3 entonces la estructura es potencialmente inestable y debe rigidizarse; cuando se encuentra entre 0.1 y 0.3 se debe encontrar un factor $f_{P-\Delta}$ y multiplicar todas las fuerzas laterales por este factor.

$$f_{P-\Delta} = \frac{1}{1-\theta} \tag{37}$$

Siendo θ el mayor valor de los θ_i. A continuación, se muestran los resultados del índice de estabilidad de cada piso de la estructura y se comprueba que es menor a 0.10 en todos los niveles, por lo tanto, se puede continuar el análisis sin consideraciones adicionales.

$$\theta = \begin{bmatrix} 0.0176 \\ 0.0180 \\ 0.0118 \\ 0.0059 \end{bmatrix}$$

Para corroborar de manera parcial que las secciones de columnas y vigas son adecuadas se procede a calcular la relación de los módulos plásticos de columnas respecto a vigas, que llegan a un mismo nudo, asegurando que sea mayor a 1.64 como se demostró en la ecuación 29. La rutina que calcula esta relación se denomina **relacion_sum_Z_columna_viga** y **dibujo_relacion_sum_Z_columna_viga** permite presentar gráficamente esta

relación (figura 32), es importante mencionar que los códigos sísmicos indican que en el ultimo piso no se requiere cumplir con esta relación de la capacidad de las columnas superior a la capacidad de las vigas.

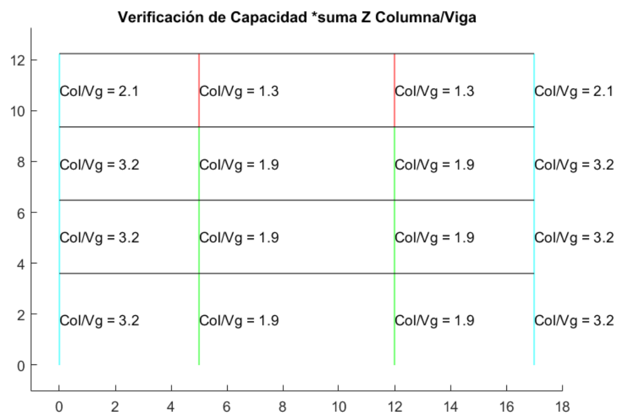
Código del programa principal, parte 5:

```
[L,seno,coseno]=longitud(X,Y,NI,NJ); %long. de @elem, seno y coseno
[Seccion,Elem_Tipo_Prop2,Z_ELEM,th_ELEM]=Diferentes_Vg_COL(nudt,Sec_VG_COL,Elem_Sec_VG_COL,Uso_Conexion,Fy,Es,L);
%Seccion=[ELEMENTO, Área, Inercia, NÚMEROS DE ELEMENTOS A CREAR, INCREMENTO EN NUMERO DE ELEMENTO]
[ELEM]=gelem_portico(Seccion);

Capacidad_sum_Z_columna_viga=relacion_sum_Z_columna_viga(coseno,nr,nudcol,X,Y,NI,NJ,Z_ELEM,Elem_Tipo_Prop2,Sec_VG_COL);

dibujo_relacion_sum_Z_columna_viga(X,Y,NI,NJ,Capacidad_sum_Z_columna_viga)
```

(a)



(b)

Figura 32 a) Código de CEINCI-LAB; b) Relaciones de módulos plásticos de columnas para vigas de forma gráfica.

En esta etapa del análisis se comprueba que las secciones de columnas y vigas asignadas al pórtico permiten cumplir con los requisitos “viga débil y columna fuerte”, estabilidad global y derivas, por lo tanto, se puede continuar con el análisis estático, es decir aplicar los estados de carga gravitacionales y laterales (sismo) para determinar las fuerzas internas en los elementos.

Para el análisis estático se cambian los grados de libertad y se considera un modelo con 3 grados de libertad por nudo (Desplazamiento en horizontal, vertical y Giro), esto debido a que es un pórtico plano. En la figura 33a se muestra el código para calcular los grados de libertad con la rutina **cg**, es importante notar que se requiere definir las restricciones en la base de cada columna, para este caso se considera un empotramiento. En la figura 33b se muestra la numeración

de grados de libertad con la función **dibujogdl**. Con este modelo se calcula la matriz de rigidez **KTT**.

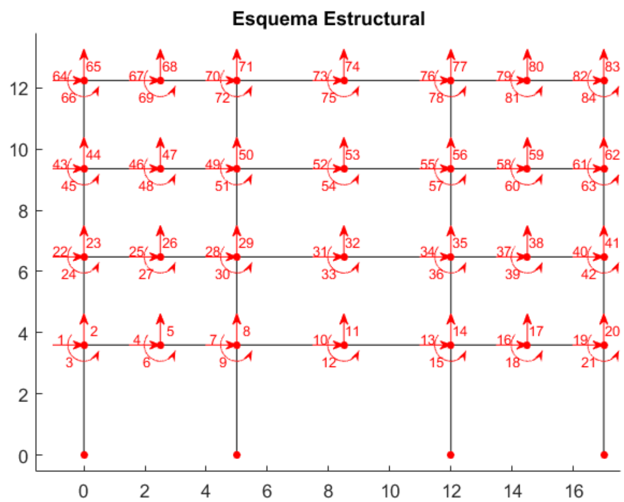
Código del programa principal, parte 6:

```
%% Análisis Estático
aux=length(sv);
for i=1:aux+1
   RES(i,:)=[i 1 1 1]; % Restricciones de apoyo
end
[CG,ngl]=cg(nod,nr,RES); %Calcula los grados de libertad
dibujogdl(X,Y,NI,NJ,CG)

[VC]=vc(NI,NJ,CG); %Vector de colocación

%% Matriz de Rigidez
[K]=krigidez_acero(ngl,ELEM,L,seno,coseno,VC,Es);
KTT=K; %<------- MATRIZ "K" DE TODA LA ESTRUCTURA (T/m)
```

(a)



(b)

Figura 33 a) Código de CEINCI-LAB; b) Grados de libertad para el análisis estático.

Se deja al lector ejecutar el programa hasta este punto y visualizar la matriz de rigidez, se puede mencionar que la matriz tiene dimensiones de 84x84 debido a que es una matriz cuadrada en función de los grados de libertad, que para este caso es 84. Aguiar (2020)

A continuación, se aplica las cargas sísmicas en la estructura, como se indica en la figura 34, recordando que un caso de carga es cuando se analiza con fuerzas laterales de izquierda a derecha y otro caso es aplicando las fuerzas en sentido opuesto, esto es importante en estructuras que no son simétricas.

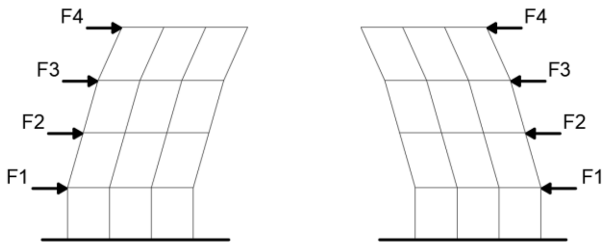


Figura 34 Cargas laterales aplicadas a las estructuras.

Código del programa principal, parte 7:

```
%% Cargas Sísmicas
Metodo = 2; % 1 Modal Espectral Nec 15 // 2 Estático Equivalente Nec 15
njc=np; % Número de juntas Cargadas
% Sentido de izquierda a derecha
F = [[nr+1:nr*2-1:nod]' Fuerzas_Sis(:,Metodo) zeros(np,1) zeros(np,1)]; % F =
[Nudo cargado, FH, FV, Momento]
datos=0;
nmc=0; % Número de miembros cargados
Fm=0; %Elem carg, carga, código, elem a gener, incr numero elemento
[Q_Sismo,Q2_Sismo]=cargas_arm(njc,nmc,ngl,L,seno,coseno,CG,VC,F,Fm,datos,
nr,NI,NJ);
% [Q,Q2]=cargas(njc,nmc,ngl,L,seno,coseno,CG,VC,F,Fm,datos);
% Desplazamientos y Giros
q_Sismo=KTT\Q_Sismo;
% Fuerzas y momentos finales en los elementos
nmiembro= 1;        % Número del Primer elemento a partir del cual se calcula la
contribución a la matriz de rigidez
[Fuerzas_Elementos_Sismo_P]=fuerzas_acero_arm1_V2(ngl,ELEM,L,seno,cosen
o,VC,Es,q_Sismo,Q2_Sismo,CG,nr,NI,NJ,nmiembro,RES);

% Sentido de derecha a izquierda
F = [[nr+2*nr-1:nr*2-1:nod]' -Fuerzas_Sis(:,Metodo) zeros(np,1) zeros(np,1)]; % F =
[Nudo cargado, FH, FV, Momento]
[Q_Sismo,Q2_Sismo]=cargas_arm(njc,nmc,ngl,L,seno,coseno,CG,VC,F,Fm,datos,
nr,NI,NJ);
% [Q,Q2]=cargas(njc,nmc,ngl,L,seno,coseno,CG,VC,F,Fm,datos);
% Desplazamientos y Giros
q_Sismo=KTT\Q_Sismo;
% Fuerzas y momentos finales en los elementos
nmiembro= 1;        % Número del Primer elemento a partir del cual se calcula la
contribución a la matriz de rigidez
[Fuerzas_Elementos_Sismo_N]=fuerzas_acero_arm1_V2(ngl,ELEM,L,seno,cosen
o,VC,Es,q_Sismo,Q2_Sismo,CG,nr,NI,NJ,nmiembro,RES);

Fuerzas_Elementos_Sismo{1,1}=Fuerzas_Elementos_Sismo_P;
Fuerzas_Elementos_Sismo{2,1}=Fuerzas_Elementos_Sismo_N;
```

Figura 35 Código de ***CEINCI-LAB***.

En la figura 35 se muestra el código de ***CEINCI-LAB*** que permite realizar el análisis estático con fuerzas laterales, el procedimiento consiste en definir las fuerzas en los nudos, esto se lo hace en el vector **F.** Se calcula el vector de cargas generalizadas, es decir las cargas en los nudos de las estructuras que son correspondientes a los grados de libertad indicados en la figura 33 b. Se resuelve la operación matricial planteada en la ecuación 38, donde **Q** y **K** son el vector de cargas generalizadas y la matriz de rigidez de la estructura (Aguiar 2020). Entonces se calculan los deslazamientos y giros del vector **q** (se debe considerar los grados de libertad de la figura 33 b).

$$\boldsymbol{Q} = \boldsymbol{K} \cdot \boldsymbol{q} \tag{38}$$

Código del programa principal, parte 8:

```
%% Cargas gravitacionales
njc=0; % Número de juntas Cargadas
F = 0; % F = [Nudo cargado, FH, FV, Momento]
datos=0;
nmc=nudvg; % Número de miembros cargados
ui=1;
for i=1:np
   for j=1:nv*2
Fm_CM(ui,:)=[nudcol+ui  CM(i,1)  1  0  0]; %Elem carg, carga, código, elem a
gener, incr numero elemento
Fm_CV(ui,:)=[nudcol+ui  CV(i,1)  1  0  0]; %Elem carg, carga, código, elem a
gener, incr numero elemento
ui=ui+1;
   end
end
[Q_CM,Q2_CM]=cargas_arm(njc,nmc,ngl,L,seno,coseno,CG,VC,F,Fm_CM,datos,
nr,NI,NJ);
[Q_CV,Q2_CV]=cargas_arm(njc,nmc,ngl,L,seno,coseno,CG,VC,F,Fm_CV,datos,nr
,NI,NJ);
% [Q,Q2]=cargas(njc,nmc,ngl,L,seno,coseno,CG,VC,F,Fm,datos);
% Desplazamientos y Giros
q_CM=KTT\Q_CM;
q_CV=KTT\Q_CV;
% Fuerzas y momentos finales en los elementos
nmiembro= 1;        % Número del Primer elemento a partir del cual se calcula la
contribución a la matriz de rigidez
[Fuerzas_Elementos_CM]=fuerzas_acero_arm1_V2(ngl,ELEM,L,seno,coseno,VC
,Es,q_CM,Q2_CM,CG,nr,NI,NJ,nmiembro,RES);

[Fuerzas_Elementos_CV]=fuerzas_acero_arm1_V2(ngl,ELEM,L,seno,coseno,VC,
Es,q_CV,Q2_CV,CG,nr,NI,NJ,nmiembro,RES);
```

Figura 36 Código de CEINCI-LAB.

Con el vector de coordenadas generalizadas $\boldsymbol{q}$ y la matriz de rigidez de cada elemento $\boldsymbol{k}$ se calcula las fuerzas en cada elemento, esto se lo hace en

coordenada locales; cada elemento tiene 6 grados de libertad, 3 en el nudo inicial y 3 en el nudo final. La matriz de celdas **Fuerzas_Elementos_Sismo** contiene en su posición {1,1} las fuerzas en los elementos debido a las fuerzas laterales de izquierda a derecha y en la posición {2,1} las fuerzas en los elementos debido a fuerzas laterales en sentido opuesto.

En la figura 36 se muestra el código que permite calcular las fuerzas en los elementos debido a caga muerta y viva por separado, los resultados se almacenan en **Fuerzas_Elementos_CM** y **Fuerzas_Elementos_CV** respectivamente. El procedimiento es similar al indicado anteriormente, con la particularidad de que las fuerzas en los nudos no existen, entonces la variable F se define por cero y como se tiene cargas uniformemente distribuidas en las vigas, estas se definen en las matrices **Fm_CM** y **Fm_CV** para carga muerta y viva.

Los estados de carga se pueden superponer para considerar las combinaciones de cargas mencionadas en los códigos de diseño, gracias a este principio los efectos de cargas en los elementos se suman directamente entre los diferentes estados de carga.

Para el diseño de los elementos acorde al método LRFD, se debe incrementar las solicitaciones en base a unas combinaciones de cargas; en la NEC-SE-CG 2015 se tienen las siguientes combinaciones de carga:

Combinación 1	$1.4D$
Combinación 2	$1.2D + 1.6L + 0.5max[Lr; S; R]$
Combinación 3	$1.2D + 1.6max[L; S; R] + max[Lr; 0.5W]$
Combinación 4	$1.2D + 1.0W + L + max[Lr; S; R]$
Combinación 5	$1.2D + 1.0\boldsymbol{E} + L + 0.2S$
Combinación 6	$0.9D + 1.0W$
Combinación 7	$0.9D + 1.0\boldsymbol{E}$

Donde **D** corresponde a la carga muerta (carga permanente + peso propio); **E** carga de sismo (componente horizontal y vertical); **L** sobrecarga viva; **Lr** es la sobrecarga viva en cubierta; **S** carga de granizo; **R** es la carga de lluvia; **W** carga de viento.

En las combinaciones de carga donde se incluye los efectos del sismo es posible hacer una reducción del efecto de la carga viva en función de la probabilidad de ocupación, no obstante, no se considera esta reducción para ser conservadores en el análisis. También se debe considerar que las combinaciones de carga con sismo implican la componente vertical, pero en estos cálculos no se incluye este efecto. Con estas consideraciones se calcula las combinaciones de carga aplicables en este caso particular, con los efectos de carga muerta, viva y sismo (con fuerzas laterales en ambos sentidos); en la matriz **Combinaciones** se tiene las fuerzas en los elementos con las combinaciones de estados de carga y en la matriz **Envolvente** se determina los máximos efectos de estas

combinaciones en cada elemento (máximos y mínimos). El código de **CEINCI-LAB** se presenta en la figura 37, se indica que la función se denomina **Combinacion_Cargas**.

Código del programa principal, parte 9:

```
%% Combinaciones de casos de cargas
[Combinaciones, Envolvente] = Combinacion_Cargas (Fuerzas_Elementos_CM,
Fuerzas_Elementos_CV, Fuerzas_Elementos_Sismo);
```

Figura 37 Código de CEINCI-LAB.

En las combinaciones de carga que involucran los efectos del sismo debe considerarse la sobre resistencia (factor $\boldsymbol{\Omega}$), esto se aplica para comprobar el diseño de elementos que deben estar sujetos a deformaciones plásticas y que puedan comprometer la estabilidad de la estructura, por ejemplo, en la verificación de la capacidad a compresión de columnas.

En la sección 4.2 de la NEC-SE-AC 2015, se menciona la utilización del factor de sobre resistencia en las combinaciones de carga con las que se diseña ciertos elementos y conexiones del sistema de cargas laterales, no obstante, no se brinda mayor detalle de como se debe considerar este factor y es por ello que se acogen las directrices de las normativas internacionales como el código ASCE 7 16 (**Minimum Design Loads and Associated Criteria for Buildings and Other Structures**).

En la sección 2.3.6 del ASCE 7-16, se indica que cuando una estructura este sujeta a efectos sísmicos entonces se debe considerar también el efecto de combinaciones de cargas adicionales con el efecto de sobre resistencia y en su sección 12.4.3.1 se muestra que este factor amplifica el efecto de la componente horizontal del sismo, como se indica en la ecuación 35.

$$E_{mh} = \Omega \cdot Q_E \tag{39}$$

Donde $\boldsymbol{E_{mh}}$ es la componente horizontal del sismo con el efecto de sobre resistencia; $\boldsymbol{\Omega}$ es el factor de sobre resistencia (en el ASCE 7-16 se exponen valores referenciales en función del sistema estructural); $\boldsymbol{Q_E}$ es el efecto de sismo horizontal (cortante basal).

Asumiendo que se desprecia el efecto de sismo vertical entonces las combinaciones de carga 5 y 7 cambian como se indica a continuación.

Combinación 5b $\quad 1.2D + 1.0\boldsymbol{E_{mh}} + L + 0.2S$

Combinación 7b $\quad 0.9D + 1.0\boldsymbol{E_{mh}}$

Para considerar estos nuevos estados de carga se hace un análisis similar al caso anterior, con la particularidad de que se debe mayorar las fuerzas laterales

debido al sismo en su componente horizontal, el código que genera esto se muestra en la figura 38. Las variables que consideran esta modificación se presentan con la distinción de la palabra **omega** y de color rojo. Este factor fue definido anteriormente con las propiedades del sistema estructural y toma un valor de 3.

Código del programa principal, parte 10:

```
%% Cargas Sísmicas CON FACTOR DE SOBRE RESISTENCIA
Metodo = 2; % 1 Modal Espectral Nec 15 // 2 Lineal Estático Nec 15
njc=np; % Número de juntas Cargadas
% Sentido de izquierda a derecha
F = [[nr+1:nr*2-1:nod]' omega*Fuerzas_Sis(:,Metodo) zeros(np,1) zeros(np,1)]; %
F = [Nudo cargado, FH, FV, Momento]
datos=0;
nmc=0; % Número de miembros cargados
Fm=0; %Elem carg, carga, código, elem a gener, incr numero elemento
[Q_Sismo,Q2_Sismo]=cargas_arm(njc,nmc,ngl,L,seno,coseno,CG,VC,F,Fm,datos,
nr,NI,NJ);
% [Q,Q2]=cargas(njc,nmc,ngl,L,seno,coseno,CG,VC,F,Fm,datos);
% Desplazamientos y Giros
q_Sismo=KTT\Q_Sismo;
% Fuerzas y momentos finales en los elementos
nmiembro= 1;        % Número del Primer elemento a partir del cual se calcula la
contribución a la matriz de rigidez
[Fuerzas_Elementos_Sismo_P_omega]=fuerzas_acero_arm1_V2(ngl,ELEM,L,sen
o,coseno,VC,Es,q_Sismo,Q2_Sismo,CG,nr,NI,NJ,nmiembro,RES);

% Sentido de derecha a izquierda
F = [[nr+1:nr*2-1:nod]' -omega*Fuerzas_Sis(:,Metodo) zeros(np,1) zeros(np,1)]; %
F = [Nudo cargado, FH, FV, Momento]
[Q_Sismo,Q2_Sismo]=cargas_arm(njc,nmc,ngl,L,seno,coseno,CG,VC,F,Fm,datos,
nr,NI,NJ);
% [Q,Q2]=cargas(njc,nmc,ngl,L,seno,coseno,CG,VC,F,Fm,datos);
% Desplazamientos y Giros
q_Sismo=KTT\Q_Sismo;
% Fuerzas y momentos finales en los elementos
nmiembro= 1;        % Número del Primer elemento a partir del cual se calcula la
contribución a la matriz de rigidez
[Fuerzas_Elementos_Sismo_N_omega]=fuerzas_acero_arm1_V2(ngl,ELEM,L,sen
o,coseno,VC,Es,q_Sismo,Q2_Sismo,CG,nr,NI,NJ,nmiembro,RES);

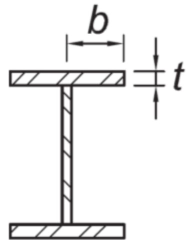
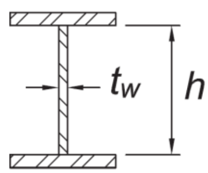
Fuerzas_Elementos_Sismo_omega{1,1}=Fuerzas_Elementos_Sismo_P_omega;
Fuerzas_Elementos_Sismo_omega{2,1}=Fuerzas_Elementos_Sismo_N_omega;

%% Combinaciones de cargas CON FACTOR DE SOBRE RESISTENCIA
[Combinaciones_omega, Envolvente_omega] =
Combinacion_Cargas(Fuerzas_Elementos_CM, Fuerzas_Elementos_CV,
Fuerzas_Elementos_Sismo_omega);
```

Figura 38 Código de ***CEINCI-LAB***.

En la sección 6.2 de la NEC-SE-AC 2015 se manifiesta que columnas y vigas de pórticos especiales a momento deben tener secciones clasificadas como sísmicamente compactas, esto se puede interpretar como secciones de alta ductilidad como lo indica el AISC 341-16 en su capítulo D. Este requerimiento es importante debido a que asegura que las secciones no sean susceptibles de fallas anticipadas por inestabilidad local o pandeo local.

Tabla 7 Limites de ancho versus espesor para elementos sometidos a compresión. Fragmento de la tabla D1.1 del AISC 341-16.

	λ	**Límites de λ**		**Referencia**
		$\boldsymbol{\lambda_{hd}}$ **Elemento de Alta ductilidad**	$\boldsymbol{\lambda_{md}}$ **Elemento de Moderada ductilidad**	
Patín	$\frac{b}{t}$	$0.32 \cdot \sqrt{\frac{E}{Ry \cdot Fy}}$	$0.40 \cdot \sqrt{\frac{E}{Ry \cdot Fy}}$	
Alma	$\frac{h}{tw}$	Para $C_a \leq 0.114$ $2.57\sqrt{\frac{E}{Ry \cdot Fy}}(1 - 1.04C_a)$ Para $C_a > 0.114$ $0.88\sqrt{\frac{E}{Ry \cdot Fy}}(2.68 - C_a)$ $\geq 1.57\sqrt{\frac{E}{Ry \cdot Fy}}$ Donde $C_a = \frac{Pu}{\emptyset_c \cdot Py}$ $Py = Ry \cdot Fy \cdot Ag$	Para $C_a \leq 0.114$ $3.96\sqrt{\frac{E}{Ry \cdot Fy}}(1 - 3.04C_a)$ Para $C_a > 0.114$ $1.29\sqrt{\frac{E}{Ry \cdot Fy}}(2.12 - C_a)$ $\geq 1.57\sqrt{\frac{E}{Ry \cdot Fy}}$ Donde $C_a = \frac{Pu}{\emptyset_c \cdot Py}$ $Py = Ry \cdot Fy \cdot Ag$	

En la tabla D1.1. del AISC 341-16 se muestran los límites para clasificar a las secciones según la relación de aspecto de patines y alma denominada $\boldsymbol{\lambda}$; si

este factor es menor a $\boldsymbol{\lambda_{hd}}$ la sección es altamente dúctil y si se encuentra entre $\boldsymbol{\lambda_{hd}}$ y $\boldsymbol{\lambda_{md}}$ se clasifica como moderadamente dúctil; si el valor de $\boldsymbol{\lambda}$ es superior a este límite entonces la sección es no compacta.

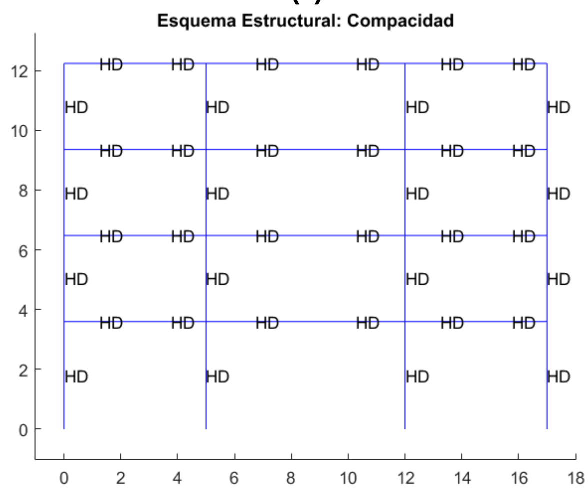
Para secciones tipo "I" los patines son secciones no atiesados o rigidizados y se debe probar con el caso 1 de la tabla D1.1 y para el alma, como es un elemento atiesado entonces se debe verificar en función del caso 7 de la misma tabla en el AISC 341. En la tabla 7 se presentan estos casos de verificación.

Código del programa principal, parte 11:

```
%% Compacidad de elementos considerando SMF * AISC -341-16
[Compacidad, Lambda, relacion_aspecto]=Compacidad_Elementos(nudcol,
nudt,Es,Fy,Ry,ELEM,Elem_Tipo_Prop2,Sec_VG_COL,Envolvente_omega);

dibujo_Compacidad(X,Y,NI,NJ, Compacidad)
% HD=Altamente ductil // MD = Moderadamente Ductil // ND = No Ductil
```

(a)



(b)

Figura 39 a) Código de CEINCI-LAB; b) Clasificación de las secciones en el pórtico.

El Cálculo se realiza con la función **Compacidad_Elementos** indicada en la figura 39a, como resultados se tiene la matriz **compacidad** que almacena la clasificación del patín, del alma y de la sección de cada elemento con códigos 1 para HD, 2 para MD y 0 para ND, en este caso HD significa que la sección es altamente dúctil y se tuviera la nomenclatura MD es moderadamente dúctil, finalmente para secciones con poca ductilidad se establece la nomenclatura ND. La matriz **Lamba** contiene los límites para HD o MD de patín y alma de cada elemento. Finalmente, en la matriz denominada **relacion_aspecto** se almacena la relación de ancho para espesor de patín y alma de cada elemento. Además, se presenta gráficamente los resultados con la función **dibujo_Compacidad** como se

muestra en la figura 39b, los códigos HD, MD y ND también definen un color al elemento, como azul, verde y rojo respectivamente. Para este caso todas las secciones son altamente dúctiles.

A continuación, se detalla el cálculo para la clasificación de la sección correspondiente a la columna del primer piso el eje B, el perfil es un **HEB400** cuyas dimensiones son: peralte total **d = 400 mm**; ancho del patín **bt = 300 mm**; espesor del alma **tw = 13.5 mm**; espesor del patín **tf = 24 mm**.

Para empezar, se debe realizar la verificación de cada elemento por separado, es decir del patín y del alma de la sección.

- **Para el patín:**

$$\lambda_{hd} = 0.32 \cdot \sqrt{\frac{E}{Ry \cdot Fy}} = 0.32 \cdot \sqrt{\frac{20389019.16}{1.3 \cdot 25310.505}} = 7.96$$

$$\lambda_{md} = 0.4 \cdot \sqrt{\frac{E}{Ry \cdot Fy}} = 0.4 \cdot \sqrt{\frac{20389019.16}{1.3 \cdot 25310.505}} = 9.96$$

Como la sección "I" es simétrica y para ser conservadores el valor de b se puede tomar como la mitad del ancho del patín.

$$\lambda = \frac{b}{tf} = \frac{bt/2}{\mathrm{tf}} = \frac{300/2}{24} = 6.25$$

Como $\lambda = 6.25$ es menor que $\lambda_{hd} = 7.96$ entonces el **patín es altamente dúctil (HD).**

- **Para el alma:**

Se debe calcular la relación $\boldsymbol{Ca}$, en ella interviene la carga axial última $\boldsymbol{Pu}$, se debe indicar que este valor se obtiene de la envolvente con las combinaciones de carga considerando el factor de sobre resistencia en el cálculo y el factor $\boldsymbol{\phi}$ se considera 0.9 para ser conservadores. En la figura 40 se puede apreciar que entre mayor sea el factor Ca entonces los límites para clasificar a una sección como altamente dúctil o moderadamente dúctil son más estrictos, es decir que son más pequeños.

La columna es el elemento número 2 en ***CEINCI-LAB*** (figura 24b), entonces se puede hallar la carga axial última con el factor de sobre resistencia como el valor numérico correspondiente al mayor valor entre **Envolvente_omega{1,1}(2,1)** y **Envolvente_omega{1,2}(2,1)** sin considerar el signo, es decir valor absoluto. Para este caso particular se tiene $\boldsymbol{Pu = 139.55\,T}$.

$$Py = Ry \cdot Fy \cdot Ag = 1.3 \cdot 25310.505 \cdot 0.019152 = 630.17\,T$$

$$C_a = \frac{Pu}{\emptyset_c \cdot Py} = \frac{139.55}{0.9 \cdot 630.17} = 0.246$$

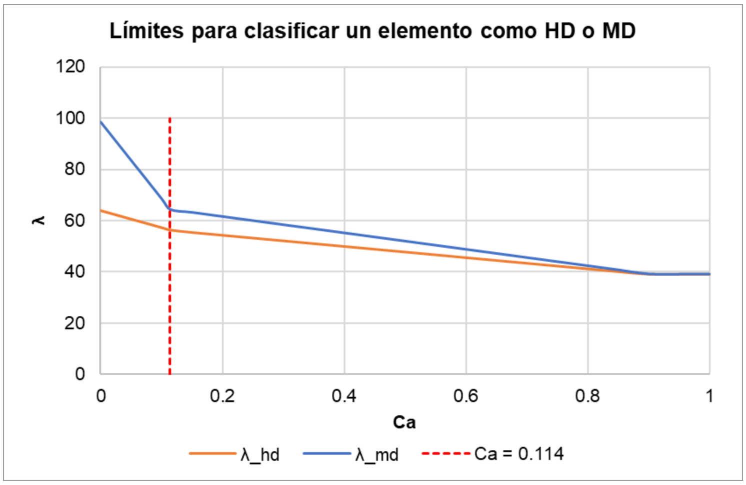


Figura 40 Límites para clasificar una sección HD o MD.

Como Ca es mayor que 0.114 entonces se debe calcular los limites λ_{hd} y λ_{md} con las siguientes ecuaciones:

$$\lambda_{hd} = 0.88 \cdot \sqrt{\frac{E}{Ry \cdot Fy}} \cdot (2.68 - C_a) = 0.88 \cdot \sqrt{\frac{20389019.16}{1.3 \cdot 25310.505}} \cdot (2.68 - C_a)$$

$$\lambda_{hd} = 0.88 \cdot \sqrt{\frac{20389019.16}{1.3 \cdot 25310.505}} \cdot (2.68 - 0.246) = 53.32$$

$$\lambda_{md} = 1.29 \sqrt{\frac{E}{Ry \cdot Fy}} (2.12 - C_a) = 1.29 \cdot \sqrt{\frac{20389019.16}{1.3 \cdot 25310.505}} \cdot (2.12 - C_a)$$

$$\lambda_{md} = 1.29 \cdot \sqrt{\frac{20389019.16}{1.3 \cdot 25310.505}} \cdot (2.12 - 0.246) = 60.18$$

Se debe comprobar que estos valores sean superiores al siguiente límite

$$1.57 \sqrt{\frac{E}{Ry \cdot Fy}} = 1.57 \cdot \sqrt{\frac{20389019.16}{1.3 \cdot 25310.505}} = 39.08$$

Se determina la relación de aspecto como

$$\lambda = \frac{h}{tw} = \frac{d - 2 \cdot tf}{tw} = \frac{400 - 2 \cdot 24}{13.5} = 26.07$$

Como $\lambda = 26.07$ es menor que $\lambda_{hd} = 53.32$ entonces el **alma es altamente dúctil (HD).**

- **En conclusión:**

Como los patines y el alma se clasifican como altamente dúctiles entonces la **sección se clasifica como altamente dúctil (HD)**.

Para el análisis de los otros elementos la metodología es similar, en vigas se podría asumir que $\boldsymbol{C_a = 0}$ debido a que las solicitaciones axiales en estos elementos son muy bajas.

Los elementos de un pórtico plano están sometidos a cargas axiales, de corte y a momentos flectores, la función que permite calcular la capacidad nominal de los elementos incluyendo la reducción por los factores $\boldsymbol{\phi}$ se denomina **Capacidad_Elementos_Acero** (figura 41). Esta función calcula la capacidad nominal reducida por axial, corte y momento flector en los vectores **phi_Pn; phi_Vn; phi_Mn;** además calcula el vector **Longitudes** que contiene los valores de **Lp y Lb** que deben ser corroboradas por el usuario para colocar arriostramientos laterales a los elementos y con ello evitar el pandeo lateral torsional y pandeo local, esto es importante para que el elemento pueda desarrollar su máxima capacidad a flexión. El vector **Longitudes** tiene una particularidad y es que solo calcula los valores de Lp y Lb para cada tipo de secciones, por ejemplo, en este pórtico se tiene 4 tipos de secciones de elementos, que se definieron en la variable **Sec_VG_COL** (figura 25). **Factor_K_Long_Efectiva** calcula los factores **k** para determinar la longitud efectiva de los elementos sometidos a compresión.

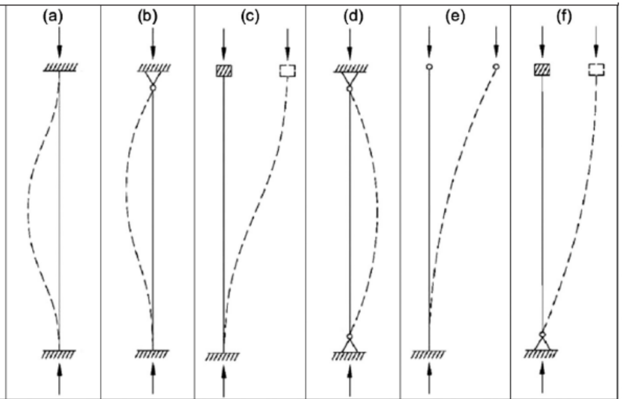
Código del programa principal, parte 12:

```
%% Capacidad de elementos de acero
[Ki]=Factor_K_Long_Efectiva(coseno,nr,nudcol,X,Y,NI,NJ,L,ELEM);
[phi_Pn,phi_Vn,phi_Mn,Longitudes]=Capacidad_Elementos_Acero_V3(Es,Fy,Ry,Z
_ELEM,Seccion,L,Ki,Elem_Tipo_Prop2,Sec_VG_COL,coseno);
% Arriostrar a los elementos con una longitud menor al mínimo entre (Lp, Lb)
```

Figura 41 Código de CEINCI-LAB.

La metodología para calcular la capacidad axial de un elemento se presentó en la sección 3.2 de este artículo. En este apartado se muestra el procedimiento para determinar el factor **K**, el mismo depende de las condiciones de borde del elemento, como se muestra en la figura 42.

En pórticos de acero una forma para conocer el factor K para cada columna es empleando los nomogramas propuestos por Jackson y Moreland como se muestra en la figura 43. Los factores G se determinan con la ecuación 40, y los subíndices A y B se refieren a base y cabeza de columnas.



La geometría deformada se muestra en línea discontinua	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)
Valor teórico de K	0.5	0.7	1.0	1.0	2.0	2.0
Valor recomendado para condiciones aproximadas	0.65	0.80	1.2	1.0	2.1	2.0

Figura 42 Factores K para diferentes condiciones de apoyo. Tomado de: AISC 360 – 10. Alacero.

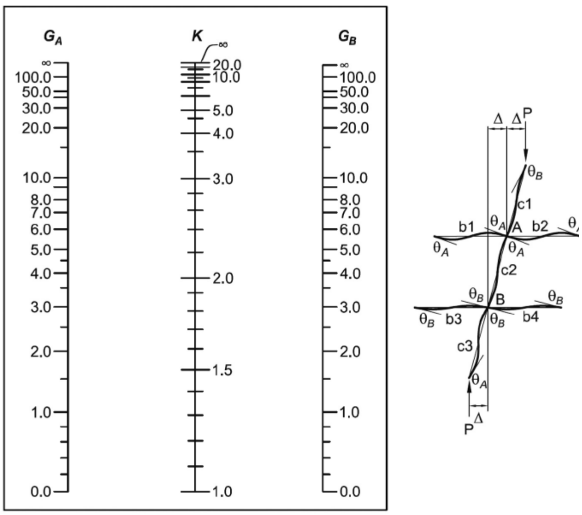


Figura 43 Nomograma para determinar los Factores K en marcos rígidos que permiten el desplazamiento lateral. Tomado de: AISC 360 – 10. Alacero.

$$G = \frac{\sum\left(\frac{E \cdot I}{L}\right)_c}{\sum\left(\frac{E \cdot I}{L}\right)_b} \quad (40)$$

Donde **I** es la inercia de la sección en sentido x-x; **L** es la longitud del elemento; los subíndices c y b se refieren a columnas y vigas respectivamente.

Para la programación de estos monogramas se pueden emplear la ecuación 41, que tiene como solución aproximada la denominada regla francesa indicada en la expresión 42.

$$\frac{G_A \cdot G_B \cdot \left(\frac{\pi}{k}\right)^2 - 36}{6 \cdot (G_A + G_B)} - \frac{\left(\frac{\pi}{k}\right)}{\tan\left(\frac{\pi}{k}\right)} = 0 \qquad (41)$$

$$k = \sqrt{\frac{1.6 \cdot G_A \cdot G_B + 4 \cdot (G_A + G_B) + 7.5}{G_A + G_B + 7.5}} \qquad (42)$$

Si el extremo de la columna tiene un apoyo articulado entonces se puede tomar un valor de G = 10, si tiene un empotramiento G = 1 en ese borde.

Se detalla el calculo para la columna en planta baja del eje B, en la figura 44 se muestra los valores de G_A y G_B en los extremos de la columna, además se presentan los valores de inercia y longitud en cada elemento que rodea al nudo superior (B).

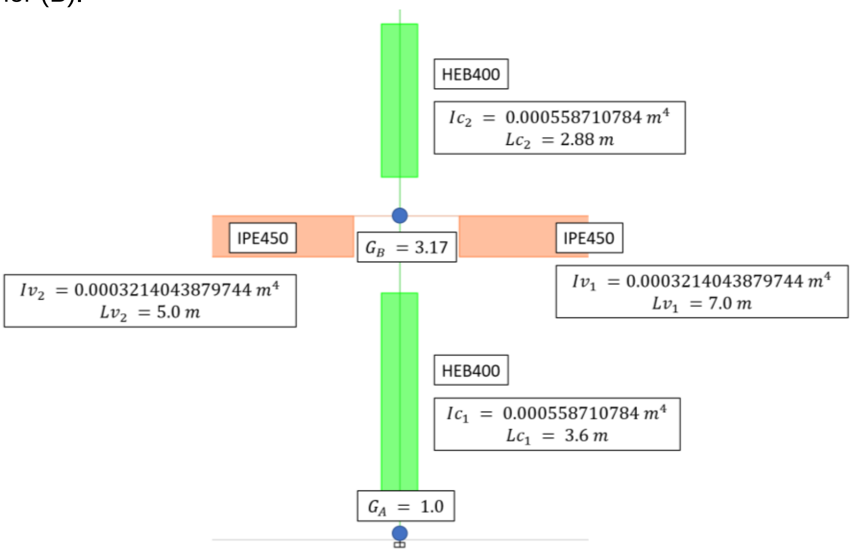


Figura 44 Detalle de valores involucrados en el cálculo de K para la columna de planta baja en el eje B.

Como en vigas y columnas se tiene el mismo material entonces el valor de Gb se determina de la siguiente manera:

$$G_B = \frac{\frac{Ic_1}{Lc_1} + \frac{Ic_2}{Lc_2}}{\frac{Iv_1}{Lv_1} + \frac{Iv_2}{Lv_2}} = 3.17$$

El factor K para esa columna es:

$$k = \sqrt{\frac{1.6 \cdot G_A \cdot G_B + 4 \cdot (G_A + G_B) + 7.5}{G_A + G_B + 7.5}} = \sqrt{\frac{1.6 \cdot 1 \cdot 3.17 + 4 \cdot (1 + 3.17) + 7.5}{1 + 3.7 + 7.5}} = 1.58$$

Para la columna se tiene un factor $K = 1.58$

También se podría utilizar el nomograma presentado en la figura 43, donde se debe considerar como un punto en la recta numérica izquierda el valor de G_A y un punto en la recta derecha el valor de G_B, luego al unir estos puntos mediante una recta entonces la intersección de la misma con la recta numérica del centro indicará el valor del factor K. Esto se ilustra en la figura 45, obteniendo un factor K de 1.58.

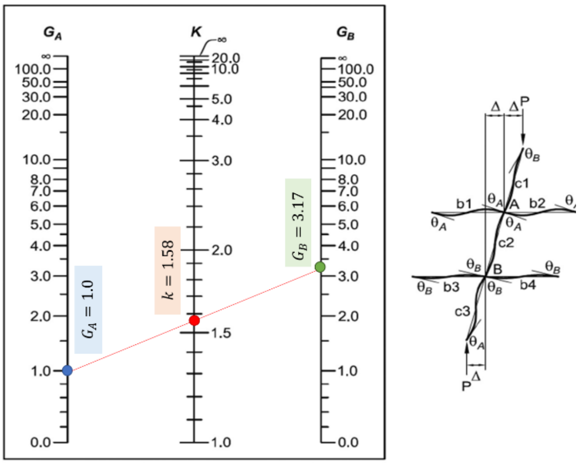


Figura 45 Determinación del factor K mediante el nomograma para marcos rígidos que permiten el desplazamiento lateral.

El valor de esfuerzo crítico de Euler se determina como:

$$Fcr_{EULER-xx} = \frac{\pi^2 \cdot Es}{\left(\frac{K \cdot L}{r_{xx}}\right)^2} = \frac{\pi^2 \cdot Es}{\left(\frac{K \cdot L}{\sqrt{\frac{I_{xx}}{A}}}\right)^2} = \frac{\pi^2 \cdot 20389019.16}{\left(\frac{1.58 \cdot 3.6}{\sqrt{\frac{0.000558710784}{0.0192}}}\right)^2} = 1.8099 \cdot 10^5 \left(\frac{T}{m^2}\right)$$

Calculando con base en la especificación AISC 360, presentada en la ecuación 8. Como $Fcr_{EULER-xx} \geq 0.44 \cdot Fy$ entonces la capacidad axial nominal a compresión se calcula como

$$Fcr_{xx} = 0.658^{\frac{Fy}{Fcr_{EULER-xx}}} * Fy = 0.658^{\frac{25310.505}{1.8099 \cdot 10^5}} \cdot 25310.505 = 2.3872 \cdot 10^4 \left(\frac{T}{m^2}\right)$$

Se verifica que Fcr_{xx} es menor que Fy.

$$Pn_{xx} = Fcr_{xx} \cdot A = 2.3872 \cdot 10^4 \cdot 0.0192 = 458.34\ (T)$$

La capacidad nominal a compresión se ve afectada por $\phi = 0.9$, por lo tanto:

$$\emptyset \cdot Pn_{xx} = 412.51\ (T)$$

Es importante mencionar que este calculo se realiza en el plano de análisis, no obstante, la columna puede pandear fuera del plano; debido a que la columna es tipo "I" este segundo escenario (pandeo fuera del plano) tiene mayor probabilidad de pasar porque es el plano débil de la sección. Por lo tanto se calculará la capacidad axial en sentido transversal, para simplificar el análisis se asume que el factor K es igual al caso anterior, en un análisis espacial se debe determinar analíticamente este valor en función de las vigas que convergen al nudo en sentido perpendicular al plano XY.

El valor de esfuerzo crítico de Euler se determina como:

$$Fcr_{EULER-zz} = \frac{\pi^2 \cdot Es}{\left(\frac{K \cdot L}{r_{zz}}\right)^2} = \frac{\pi^2 \cdot Es}{\left(\frac{K \cdot L}{\sqrt{\frac{I_{zz}}{A}}}\right)^2} = \frac{\pi^2 \cdot 20389019.16}{\left(\frac{1.58 \cdot 3.6}{\sqrt{\frac{0.00010807}{0.0192}}}\right)^2} = 3.5009 \cdot 10^4\ \left(\frac{T}{m^2}\right)$$

Calculando con base en la especificación AISC 360, presentada en la ecuación 8. Como $Fcr_{EULER-xx} \geq 0.44 \cdot Fy$ entonces la capacidad axial nominal a compresión se calcula como

$$Fcr_{zz} = 0.658^{\frac{Fy}{Fcr_{EULER-zz}}} \cdot Fy = 0.658^{\frac{25310.505}{3.5009 \cdot 10^4}} \cdot 25310.505 = 1.8702 \cdot 10^4\ \left(\frac{T}{m^2}\right)$$

Se verifica que Fcr_{zz} es menor que Fy.

$$Pn_{zz} = Fcr_{zz} \cdot A = 1.8702 \cdot 10^4 \cdot 0.0192 = 359.078\ (T)$$

La capacidad nominal a compresión se ve afectada por $\phi = 0.9$, por lo tanto:

$$\emptyset \cdot Pn_{zz} = 323.17\ (T)$$

La capacidad a compresión de la columna debe ser la menor entre $\emptyset \cdot Pn_{xx}$ y $\emptyset \cdot Pn_{zz}$, para este caso la capacidad axial es:

$$\emptyset \cdot \boldsymbol{Pn} = \mathbf{323.17}\ (\boldsymbol{T})$$

En vigas generalmente el efecto de la carga axial no es influyente, estos casos no se calcula el factor k, sino que es posible asumir como $k = 1$.

La capacidad nominal a corte ($\boldsymbol{Vn}$) se determina con la ecuación 43.

$$Vn = 0.6 \cdot Fy \cdot Aw \cdot Cv_1 \qquad (43)$$

Donde $\boldsymbol{Aw}$ es el área del elemento que resiste el corte, en perfiles tipo I se asume que Aw es el área del alma y se calcula con la ecuación 44; $\boldsymbol{Cv_1}$ es un factor debido a la resistencia del corte y se determina con la ecuación 45.

$$Aw = (d - 2 \cdot tf) \cdot tw \qquad (44)$$

- $Cuando \quad \frac{h}{tw} \leq 1.1 \cdot \sqrt{\frac{k_v \cdot E}{Fy}}$

$$Cv_1 = 1$$

- $Caso\ contrario$

$$Cv_1 = \frac{1.1 \cdot \sqrt{\frac{k_v \cdot E}{Fy}}}{h/tw} \qquad (45)$$

El valor de la variable $\boldsymbol{kv}$ depende de la existencia de rigidizadores transversales; si no se tiene estos elementos entonces $\boldsymbol{kv = 5.34}$ que es el caso conservador con el que se calcula en ***CEINCI-LAB***. Cuando existan rigidizadores transversales entonces $\boldsymbol{kv}$ se debe calcular con la ecuación 46.

$$k_v = 5 + \frac{5}{\left(\frac{a}{h}\right)^2} \qquad (46)$$

$$k_v = 5.34 \qquad \text{cuando} \qquad \frac{a}{h} > 3.0$$

Donde **a** es la distancia libre entre rigidizadores.

A continuación, se ejemplifica el cálculo de la capacidad a corte de las columnas HEB400.

$$\frac{h}{tw} = \frac{d - 2 \cdot tf}{tw} = \frac{400 - 2 \cdot 24}{13.5} = 26.07$$

$$1.1 \cdot \sqrt{\frac{k_v \cdot E}{Fy}} = 1.1 \cdot \sqrt{\frac{5.34 \cdot 20389019.16}{25310.505}} = 72.15$$

Como $\frac{h}{tw} \leq 1.1 \cdot \sqrt{\frac{k_v \cdot E}{Fy}}$ entonces se considera $Cv_1 = 1$

$$Aw = (400 - 2 \cdot 24) \cdot 13.5 = 4752\ mm^2 = 4752 \cdot 10^{-6}\ (m^2)$$

$$Vn = 0.6 \cdot Fy \cdot Aw \cdot Cv_1 = 0.6 \cdot 25310.505 \cdot 4752 \cdot 10^{-6} \cdot 1 = 72.165\ (T)$$

La capacidad nominal a corte se ve afectada por $\phi = 0.9$, por lo tanto:

$$\boldsymbol{\emptyset \cdot Vn = 64.95\ (T)}$$

En la sección 3 del presente artículo se realiza una introducción al comportamiento de elementos sometidos a flexión, se indica que la capacidad de los elementos depende de la compacidad de la sección para evitar pandeo local, no obstante, también depende de la longitud del elemento para controlar el posible efecto de pandeo lateral, es decir de una inestabilidad del elemento fuera del plano de aplicación de cargas (ver figura 46).

La figura 46 muestra la reducción de capacidad en función de la longitud no arriostrada de los elementos, es decir que una sección altamente dúctil con una longitud no arriostrada menor a **Lp** podrá desarrollar la máxima capacidad a flexión, pero si su longitud es mayor a **Lp** esta capacidad disminuirá.

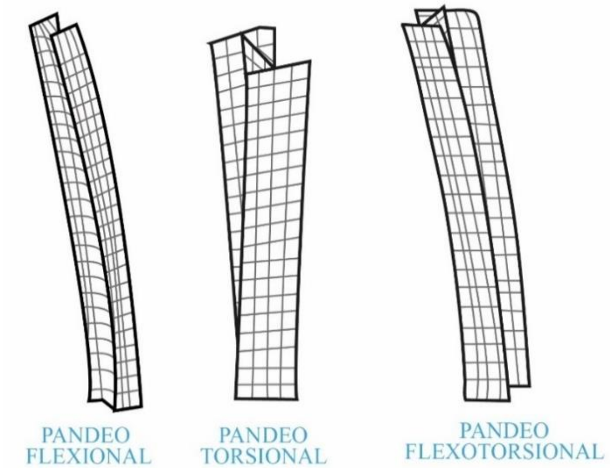


Figura 46 Pandeo de un elemento en un plano distinto al de aplicación de cargas.

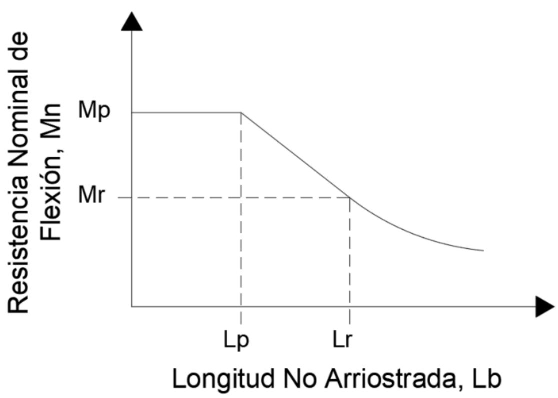


Figura 47 Capacidad a flexión en función de la longitud no arriostrada el elemento.

Las longitudes **Lp**, **Lr** se pueden calcular con las ecuaciones 47 y 48.

$$Lp = 1.76 \cdot ry \cdot \sqrt{\frac{E}{Fy}} \tag{47}$$

$$Lr = 1.95 \cdot r_{ts} \cdot \frac{E}{0.7 \cdot Fy} \cdot \sqrt{\frac{J \cdot c}{S_x \cdot h_o} + \sqrt{\left(\frac{J \cdot c}{S_x \cdot h_o}\right)^2 + 6.76 \cdot \left(\frac{0.7 \cdot Fy}{E}\right)^2}} \tag{48}$$

$$r_{ts}^2 = \frac{\sqrt{Iy \cdot C_w}}{Sx} \tag{49}$$

Para secciones H con doble simetría y alas rectangulares entonces:

$$C_w = \frac{Iy \cdot h_o^2}{4} \tag{50}$$

Donde $\boldsymbol{ry}$ es el radio de giro de la sección respecto al eje y-y, en este caso corresponde al eje débil de las secciones I; **J**, es la constante torsional de la sección; **Sx** es el módulo elástico de la sección respecto al eje x-x; Para secciones I con simetría $\boldsymbol{c = 1}$. **ho** es la distancia entre los centroides de los patines.

La capacidad a flexión de una sección I con doble simetría y compacta se puede determinar con la ecuación 51.

$$Mn = \begin{cases} Mp = Fy \cdot Z_x & Cuando\ L_b < L_p \\ Cb \cdot \left[Mp - (Mp - 0.7 \cdot Fy \cdot Sx) \cdot \left(\frac{Lb - Lp}{Lr - Lp}\right)\right] \leq Mp & Cuando \quad Lp < Lb \leq Lr \\ Fcr \cdot Sx \leq Mp & Cuando\ Lb > Lr \end{cases} \tag{51}$$

Donde **Cb** es el factor de modificación por pandeo lateral-torsional para diagramas de momento no uniformes y **Fcr** es un esfuerzo crítico reducido para flexión, las expresiones matemáticas para calcular estos valores se encuentran en el capítulo F del AISC 360 -16.

También se debe mencionar que para que una sección sea considerada altamente dúctil se debe tener un arriostramiento del elemento a una distancia no mayor a **Lb**, que se calcula con la ecuación 52.

$$Lb = 0.095 \cdot ry \cdot \frac{E}{Ry \cdot Fy} \tag{52}$$

En la función **Capacidad_Elementos_Acero_V3** de ***CEINCI-LAB*** la capacidad a flexión se calcula con la ecuación 53, pero para que esto se cumpla en la realidad se debe verificar que las secciones sean altamente dúctiles y que estén arriostradas a una distancia menor entre el mínimo de **Lb** y **Lp**.

$$Mn = Mp = Fy \cdot Z_x \tag{53}$$

Anteriormente se detalló el cálculo del módulo plástico de sección para la columna **HEB400,** cuyo valor es $\boldsymbol{Zcol = 3125.4\ cm^3}$ considerando la ecuación 19, además se demostró que es una sección altamente dúctil. En este apartado se procede a calcular los límites de arriostramiento **Lb** y **Lp**. En primer lugar, se

requiere el radio de giro $\boldsymbol{ry}$ y la inercia $\boldsymbol{Iy}$ que se pueden calcular con las ecuaciones 54 y 55.

$$ry = \sqrt{\frac{Iy}{A}} \tag{54}$$

$$Iy = \left(\frac{d \cdot b^3}{12}\right) - 2 \cdot \left(\frac{(d - 2 \cdot tf) \cdot \left(\frac{b}{2} - \frac{tw}{2}\right)^3}{12} + (d - 2 \cdot tf) \cdot \left(\frac{b}{2} - \frac{tw}{2}\right) * \left(\frac{\left(\frac{b}{2} - \frac{tw}{2}\right)}{2} + \frac{tw}{2}\right)^2\right) \tag{55}$$

El **área** de la sección transversal es **0.0192 m^2**; la inercia Ix es 0.0005587 m^4 y la inercia en el eje débil de la sección, respecto al cual el elemento es susceptible de pandeo lateral, **Iy es 0.00010807 m^4**.

$$ry = \sqrt{\frac{Iy}{A}} = \sqrt{\frac{0.00010807}{0.0192}} = 0.075\ (m)$$

$$Lb = 0.095 \cdot ry \cdot \frac{E}{Ry \cdot Fy} = 0.095 \cdot 0.075 \cdot \frac{20389019.16}{1.3 \cdot 25310.505} = 4.42\ (m)$$

$$Lp = 1.76 \cdot ry \cdot \sqrt{\frac{E}{Fy}} = 1.76 \cdot 0.075 \cdot \sqrt{\frac{20389019.16}{25310.505}} = 3.75\ (m)$$

Las columnas con sección HEB400 requieren tener una longitud sin arriostramiento lateral menor a 3.75 (m), que es el mínimo valor entre Lb y Lp. En este caso las columnas de primer piso tienen una longitud de 3.6 metros, en ese nivel las columnas se encuentran arriostradas por las vigas y losas del sentido transversal, por lo tanto, es válido calcular la capacidad a flexión de esta sección con la ecuación 53.

$$Mn = Mp = Fy \cdot Z_x = 25310.505\ \left(\frac{T}{m^2}\right) \cdot \left(3125.4\ (cm^3) \cdot \left(\frac{1\ m}{100cm}\right)^3\right)$$

$$Mn = 79.106\ (T \cdot m)$$

La capacidad nominal a flexión se ve afectada por $\phi = 0.9$, por lo tanto:

$$\boldsymbol{\phi \cdot Mn = 71.2\ (T \cdot m)}$$

Para las columnas HEB360 los límites Lp y Lb son 3.81 y 4.49 m respectivamente, por lo tanto, al tener una longitud sin arriostrar menor a estos límites entonces es aplicable la ecuación 53 para hallar su capacidad a flexión.

En las ecuaciones 47 y 48 se puede apreciar que, para un mismo tipo de acero, las longitudes **Lp** y **Lb** solo dependen del radio de giro **ry**.

En la figura 48 se muestra la variación de estos valores para diferentes secciones IPE, representadas por su radio de giro **ry**. En esta figura se aprecia

que las vigas IPE450 requieren de arrostramientos laterales separados por una distancia máxima de 2 metros entre ellos, una forma de brindar el arriostramiento lateral en vigas del pórtico resistente a momento es mediante las vigas secundarias colocadas en estos intervalos.

Si se cumple con una distancia no arriostrada menor a **Lp** para vigas, entonces su capacidad a flexión se determina con la ecuación 53, esto lo calcula automáticamente ***CEINCI-LAB***, no obstante, si no se cumple con ello entonces el usuario debe calcular la capacidad de estos elementos de acuerdo a la ecuación 51, considerando como Lb la longitud real no arriostrada.

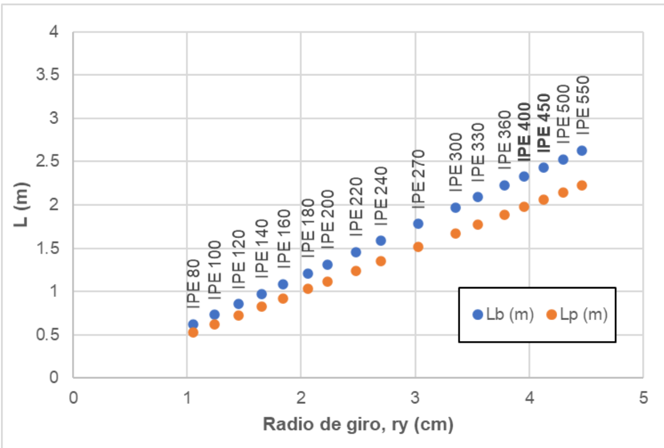


Figura 48 Longitud máxima sin arriostramiento para vigas IPE (acero A36).

Para la comprobación de la demanda versus la capacidad de los elementos, en base a la metodología de Factores de Carga y Resistencia (LRFD por sus siglas en inglés, Load and Resistance Factor Design) se debe cumplir que:

$$\emptyset \cdot R_n \geq \sum \gamma_i \cdot Q_i = Q_u \qquad (56)$$

Donde ∅ son factores de reducción de la capacidad nominal **Rn**; $\boldsymbol{\gamma_i}$ son factores que amplifican los efectos de las cargas; $\boldsymbol{Q_i}$ corresponde a las cargas aplicadas; $\boldsymbol{Q_u}$, es la carga última o efecto en los elementos con las solicitaciones amplificadas.

Es importante destacar que la capacidad axial y a flexión calculadas son valores máximos que pueden resistir los elementos, no obstante, estos efectos se encuentran interrelacionados como se puede observar en las ecuaciones 57 y 58.

$$Para \quad \frac{Pu}{\emptyset \cdot Pn} \geq 0.2 \quad \rightarrow \quad \frac{Pu}{\emptyset \cdot Pn} + \frac{8}{9} \cdot \frac{Mu}{\emptyset \cdot Mn} \leq 1 \qquad (57)$$

$$Para \quad \frac{Pu}{\emptyset \cdot Pn} < 0.2 \quad \rightarrow \quad \frac{Pu}{2 \cdot \emptyset \cdot Pn} + \frac{Mu}{\emptyset \cdot Mn} \leq 1 \tag{58}$$

En la figura 49 se puede apreciar el diagrama de interacción entre el efecto axial y flexión para una columna W8x31, donde se puede entender como la capacidad a axial se reduce a medida que la se tiene solicitaciones a flexión.

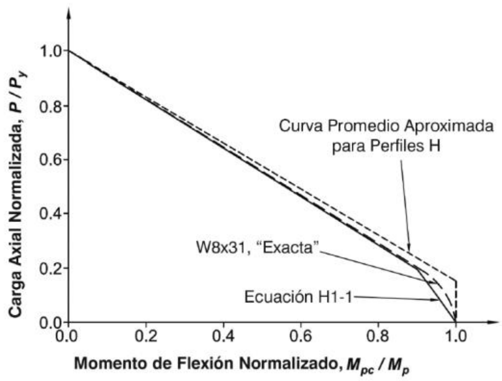


Figura 49 Diagrama de interacción Axial-Flexión. Tomado de: AISC 360 – 10. Alacero.

En ***CEINCI-LAB*** se han calculado las solicitaciones con las combinaciones de carga de la NEC-15 y también la capacidad de los elementos, por lo tanto, se puede calcular la relación entre la demanda versus la capacidad y verificar que estos factores sean menores a 1 para asegurar que las dimensiones de los elementos sean adecuadas para resistir las solicitaciones. Para la verificación de la capacidad a compresión en columnas mediante la ecuación 59, el usuario debe conocer que la fuerza axial última considera el efecto de la sobre resistencia para amplificar la componente horizontal del sismo. Para comprobar el resto de elementos o incluso las columnas ante otros efectos de solicitaciones, las combinaciones de carga no incluyen la sobre resistencia.

$$\emptyset \cdot P_n \geq Pu \quad \rightarrow \quad \frac{Pu}{\emptyset \cdot Pn} \leq 1 \tag{59}$$

$$\emptyset \cdot V_n \geq Vu \quad \rightarrow \quad \frac{Vu}{\emptyset \cdot Vn} \leq 1 \tag{60}$$

$$\emptyset \cdot M_n \geq Mu \quad \rightarrow \quad \frac{Mu}{\emptyset \cdot Mn} \leq 1 \tag{61}$$

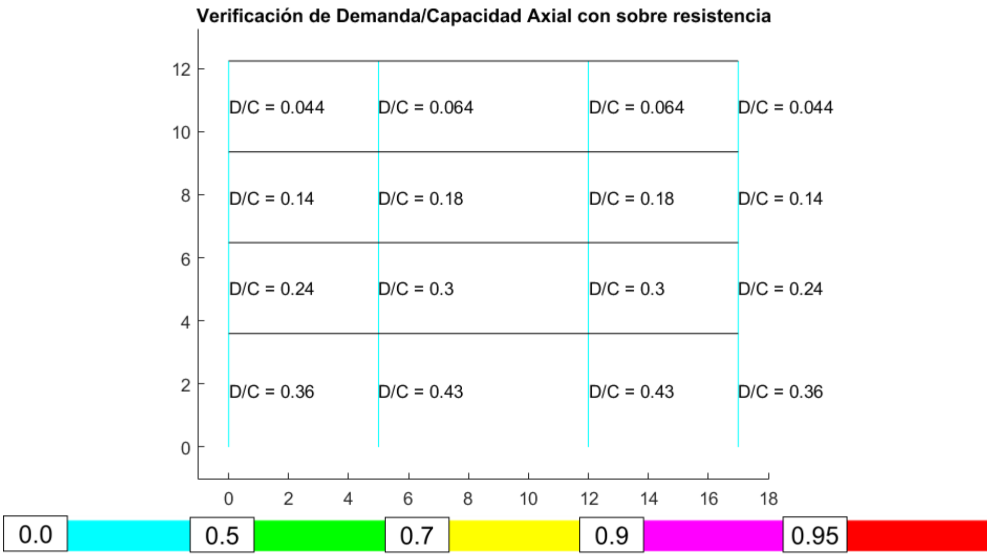
En la figura 50a se presenta el código para determinar la demanda versus la capacidad a compresión de las columnas, se destaca que las solicitaciones incluyen el factor de sobre resistencia ($\mathbf{\Omega}$). En la figura 50b se presenta los resultados de forma gráfica y se observa que la relación D/C es menor a 1.

Código del programa principal, parte 13:

```
%% Verificacion de la capacidad axial de las columnas con sobre resistencia
for i=1:nudcol
   D_C_Axial_omega(i,1)=max([abs(Envolvente_omega{1,1}(i,1));
abs(Envolvente_omega{1,2}(i,1))])/ phi_Pn(i,1); % Nudo inicial
   D_C_Axial_omega(i,2)=max([abs(Envolvente_omega{1,1}(i,4));
abs(Envolvente_omega{1,2}(i,4))])/ phi_Pn(i,1); % Nudo final
End

dibujo_Demanda_Capacidad_Axial_Columnas_Sobre_resistencia(X,Y,NI,NJ,
D_C_Axial_omega);
```

(a)



(b)

Figura 50 a) Código de CEINCI-LAB; b) Relaciones demanda/capacidad de columnas incluyendo el efecto de sobre resistencia.

En la figura 51 se presenta el código para generar las comprobaciones a flexo-axial, para pórticos de acero generalmente los efectos axiales son más críticos a compresión y por ello se ha decidido denominar efectos de flexo compresión. También se verifica la relación demanda versus capacidad a corte de los elementos. Las funciones denominada **dibujo_"---"** son las encargadas de representar las relaciones demanda versus capacidad como se indican en las figuras 52a y 52b, los elementos adoptan un color en función de la relación D/C, es decir que se mantiene de color cyan cuando D/C es menor a 0.5; mayor a 0.5 cambia a color verde hasta que D/C sea 0.7; luego se convierte en amarillo hasta una relación D/C de 0.9 y magenta hasta un valor de 0.95, finalmente al pasar este limite los elementos adoptan el color rojo.

Código del programa principal, parte 14:

```
%% El resto de elementos se verifica sin sobre resistencia
for i=1:nudt
   D_C_Axial(i,1)=max([abs(Envolvente{1,1}(i,1)); abs(Envolvente{1,2}(i,1))])/
phi_Pn(i,1); % Nudo inicial
   D_C_Axial(i,2)=max([abs(Envolvente{1,1}(i,4)); abs(Envolvente{1,2}(i,4))])/
phi_Pn(i,1); % Nudo final

   D_C_Corte(i,1)=max([abs(Envolvente{1,1}(i,2)); abs(Envolvente{1,2}(i,2))])/
phi_Vn(i,1); % Nudo inicial
   D_C_Corte(i,2)=max([abs(Envolvente{1,1}(i,5)); abs(Envolvente{1,2}(i,5))])/
phi_Vn(i,1); % Nudo final

   D_C_Flexion(i,1)=max([abs(Envolvente{1,1}(i,3)); abs(Envolvente{1,2}(i,3))])/
phi_Mn(i,1); % Nudo inicial
   D_C_Flexion(i,2)=max([abs(Envolvente{1,1}(i,6)); abs(Envolvente{1,2}(i,6))])/
phi_Mn(i,1); % Nudo final

   D_C_Pn_vf(i,1)=max(D_C_Axial(i,1),D_C_Axial(i,2));
   D_C_Vn_vf(i,1)=max(D_C_Corte(i,1),D_C_Corte(i,2));
   D_C_Mn_vf(i,1)=max(D_C_Flexion(i,1),D_C_Flexion(i,2));

       if D_C_Pn_vf(i,1)<0.2
         D_C_Flexo_Compr(i,1) = D_C_Pn_vf(i,1)/2+D_C_Mn_vf(i,1);
       else
         D_C_Flexo_Compr(i,1) = D_C_Pn_vf(i,1)+8/9*D_C_Mn_vf(i,1);
       end
end

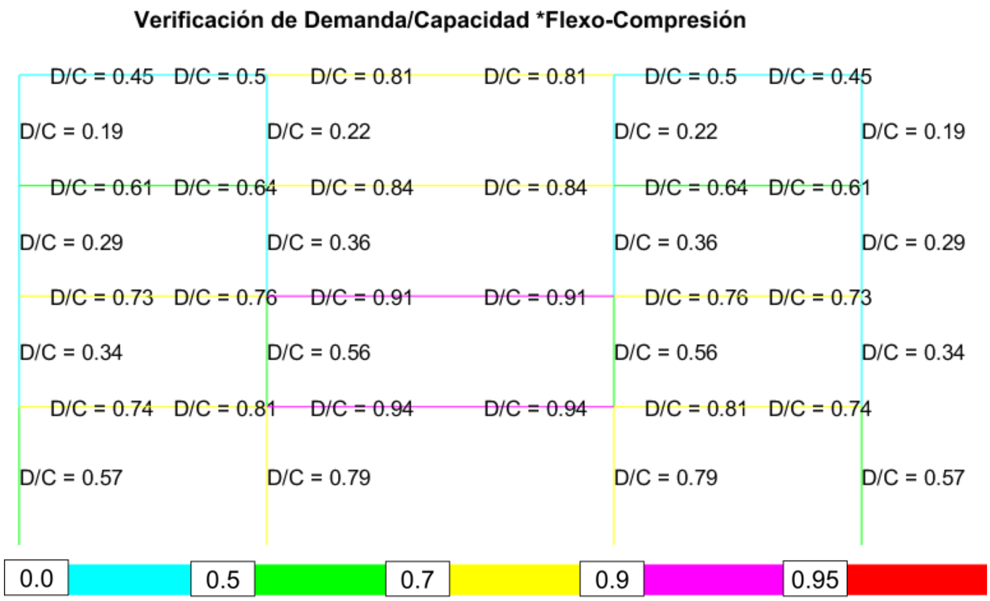
%% Dibujos de Demanda/Capacidad
dibujo_Demanda_Capacidad_Flexo_Compresion(X,Y,NI,NJ,D_C_Flexo_Compr);
dibujo_Demanda_Capacidad_Cortante(X,Y,NI,NJ,D_C_Vn_vf);
```

Figura 51 Código de CEINCI-LAB

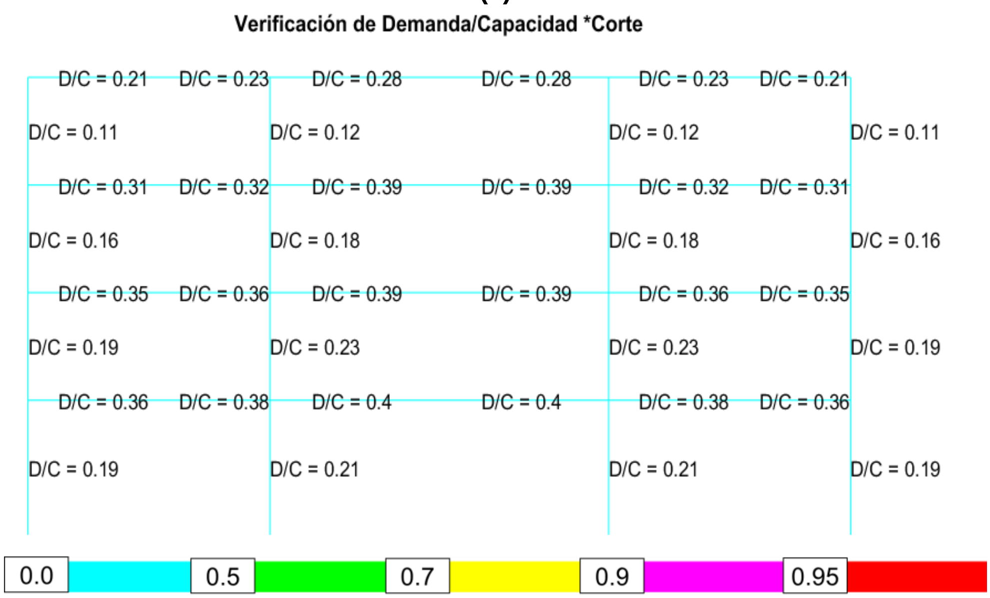
En las figuras 52a y 52b se puede observar que las relaciones de demanda vs capacidad de los elementos no sobrepasan a 1, es decir que las secciones impuestas en el prediseño cumplen con la resistencia ante las solicitaciones de forma satisfactoria.

Como paso final se debe verificar que la relación de la capacidad de las vigas versus la capacidad de las columnas sea inferior a 1 (ecuación 62) de esta forma se tendrá que las columnas son más fuertes que las vigas y la disipación de energía se dará en las vigas.

$$\frac{\sum \dot{M}pv}{\sum \dot{M}pc} \leq 1.0 \qquad (62)$$



(a)



(b)

Figura 52 a) Demanda vs Capacidad a Flexo-Compresión b) Demanda vs Capacidad a Corte

Anteriormente ya se presentó la metodología de análisis de esta relación, la función de ***CEINCI-LAB*** que permite este análisis es **conexion_viga_columna_V2** y **dibujo_Capacidad_Viga_Columna** representa gráficamente la relación en los elementos (ver figura 52a). Como se puede apreciar en la figura 52b, todas las relaciones son menores a 1 excepción del

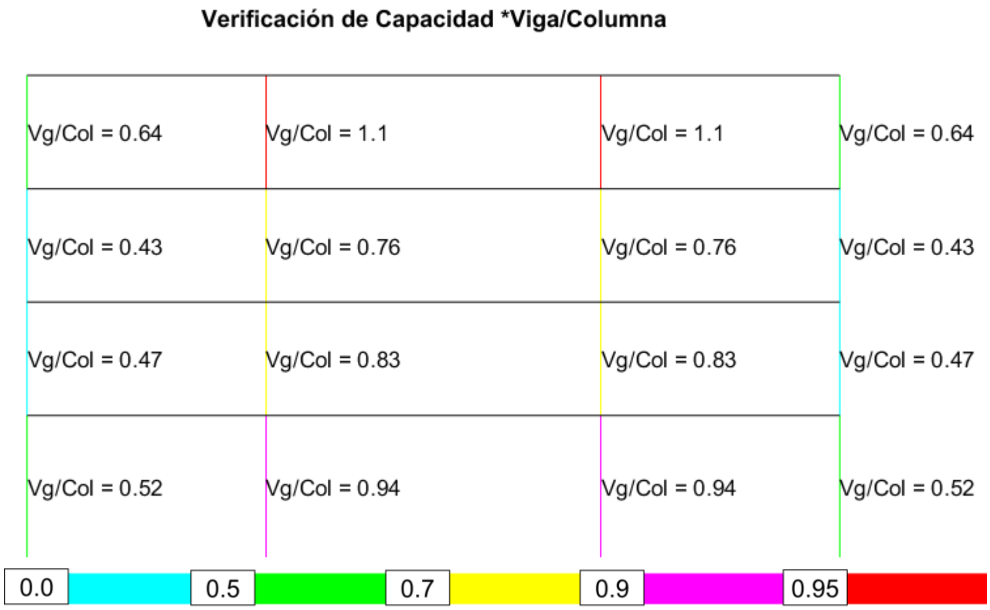
último piso, sin embargo, las normativas indican que en este último nivel no se requiere cumplir ese requisito.

Código del programa principal, parte 13:

```
%% Verificación de la Conexión Viga - Columna
[sum_M_col,sum_M_vg,Capacidad_Vg_Col]=conexion_viga_columna_V2(Fy,Fu
,coseno,nr,nudcol,X,Y,NI,NJ,L,Z_ELEM,Seccion,Elem_Tipo_Prop2,Sec_VG_COL,
Fuerzas_Elementos_CM,Fuerzas_Elementos_CV,Envolvente_omega);

dibujo_Capacidad_Viga_Columna(X,Y,NI,NJ,Capacidad_Vg_Col)
```

(a)



(b)

Figura 53 a) Código de ***CEINCI-LAB***; b) Relaciones Viga.

6. COMENTARIOS Y CONCLUSIONES

La filosofía del sistema de computación ***CEINCI-LAB*** es desarrollar programas en Matlab con el propósito de que los usuarios aprendan como se realiza un determinado proceso y concomitante con esto presentar el marco teórico que facilite la autoeducación.

Con este antecedente, en este artículo se han desarrollado nuevas funciones de análisis y de diseño de una estructura de acero conformada por vigas y columnas, con conexiones con capacidad a momento. Se inicia el estudio desde el prediseño de los elementos; posteriormente se realiza el análisis sísmico de dos formas: la primera empleando el Método Espectral y la segunda con el Método Estático.

Una vez que se han determinado las fuerzas estáticas equivalentes debido a la acción sísmica, se pasa al análisis estático, considerando 9 combinaciones de carga, se resuelve cada una de los estados de carga y se determina una envolvente donde se seleccionan los valores máximos y mínimos de fuerza axial, corte y momento en cada uno de los elementos. El uso de las nuevas funciones de ***CEINCI-LAB*** , en este artículo a más de presentar el marco teórico en forma detallada se indica el uso de las nuevas funciones, mediante el análisis de una estructura de acero de 4 pisos y 3 vanos.

Una vez que se ha determinado la *demanda* en los elementos, se pasa a obtener la *capacidad,* para ello se presenta en forma detallada la teoría que conduce al análisis a flexión, corte y carga axial de vigas IPE y columnas HEB. Después se obtienen relaciones *demanda/capacidad* de cada uno de los elementos y se realiza el control de columna fuerte viga débil.

El uso de las nuevas funciones de ***CEINCI-LAB*** hacen que la entrada de datos y la visualización de los resultados sea muy fácil de usar y permiten ver si un diseño está bien realizado. De tal manera que el lector va a contar con nuevas herramientas que le van a facilitar el cálculo estructural. Se aspira de esta forma haber aportado al diseño de estructuras de acero.

REFERENCIAS

Aguiar, R. (2008). *Análisis Sísmico de Edificios.* Quito : Centro de Investigaciones Científicas. Escuela Politécnica del Ejército.

Aguiar, R. (2017 a). "No se acepta el diseño por ductilidad. Caso del Edificio Fragata que incursionó en el rango no lineal", *Revista Internacional de Ingeniería de Estructuras,* **Vol 22. 3,** 327-391.

Aguiar, R. (2017 b). *Microzonificación Sísmica de Quito* (2 ed.). 179 pp. Quito: IPGH.

Aguiar, R., Cagua, B., & Pilatasig, J. (2019). Nuevas funciones del sistema ***CEINCI-LAB*** para análisis sísmico espacial. *Revista Internacional de Ingeniería de Estructuras, 24*(3), 259-276.

Aguiar, R., Cagua, B., & Pilatasig, J. (2020). *Pushover con Acoplamiento de **CEINCI-LAB** y OpenSees.* Barcelona: A.H. Barbat.

Aguiar, R., Cagua, B., & Pilatasig, J. (2020). Pushover con el acoplamiento de ***CEINCI-LAB*** con OpenSees. *Centre Internacional de Mètodes Numèrics en Enginyeria (CIMNE)*.

Aguiar, R., Cagua, B., Pilatasig, J., & Zambrano, E. (2019). Interface for ***CEINCI-LAB*** and new functions. *Revista Internacional de Ingeniería de Estructuras, 24*(2), 167-199.

Aguiar, R. (2020), *Análisis Matricial de Estructuras con **CEINCI-LAB***. Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE y Universidad Laica Eloy Alfaro de Manabí ULEAM, **Vol. 1,** 585 p.

AISC (2010). Comentarios ANSI/AISC 360-10 para construcciones de acero. Asociación Latinoamericana del acero Alacero, Santiago de Chile.

AISC/ANSI. (2016). *AISC/ANSI 360-16 Specification for Strcutural Steel Building.* Chicago: American Institute of Steel Construction.

AISC/ANSI. (2016). *ANSI/AISC 341-16 Seismic Provisons for Strutural Steel.* Chicago: American Institute of Steel Construction.

AISC/ANSI. (2016). *ANSI/AISC 358-16 Prequalified Connections for Special and Intermediate Steel Moment Frames for Seismic Applications.* Chicago: American Institute of Steel Construction.

ASCE/SEI. (2016). *ASCE 7-16 Minimum Design Loads and Associated Criteria for Buildings and Other Structures.* Virginia: American Society of Civil Engineers.

Bruneau, M., Uang, C., & Sabelli, R. (2011). *Ductile design of steel structures.* McGraw-Hill.

Cagua, B., Aguiar, R., Pilatasig, J., & Mora, D. (2020). Acoplamiento de OpenSees con ***CEINCI-LAB*** para análisis estático no lineal. Primera parte: reforzamiento sísmico con diagonales de acero. *Revista Internacional de Ingeniería de Estructuras, 25*(3), 367-420.

Crisafulli, F. (2018). *Diseño sismoresistente de estructuras de acero.* Mendoza: Asociación Latinoamericana del Acero - Alacero.

De Buen López de Herredia, O. (2004). Diseño de Estructuras de Acero Construcción Compuesta. México.

ERN (2012), *Microzonificación sísmica del distrito metropolitano de Quito: Estudio de la amenaza sísmica a nivel local.* Programa para la reducción de riesgos urbanos. Distrito Metropolitano de Quito.

Guerra M. (2015), *Diseño sismo resistente de edificios de acero utilizando ETABS y NEC 2015*.

Pilatasig J., Cagua B., Aguiar R., Vaca F., (2020), "Generación automática y análisis de estructuras de hormigón armado con ***CEINCI-LAB***", *Revista Internacional de Ingeniería de Estructuras, 25*(3), 421-443.

NEC–SE–AC, Norma Ecuatoriana de la Construcción. (2015). *Estructuras de Acero.* Quito: Dirección de Comunicación Social MIDUVI.

NEC-SE-CG, Norma Ecuatoriana de la Construcción. (2015). *Cargas (No Sísmicas).* Quito: Dirección de Comunicación Social MIDUVI.

NEC-SE-DS, Norma Ecuatoriana de la Construcción. (2015). *Peligro Sísimico-Diseño Sismo Resistente.* Quito: Dirección de Comunicación Social MIDUVI.

NEC-SE-HM, Norma Ecuatoriana de la Construcción. (2015). *Estructuras de Hormigón Armado.* Quito: Dirección de Comunicación Social MIDUVI.

Sangurima K., (2013), *Programa MIZOSIQ y la microzonificación sísmica de Quito,* Tesis de Ingeniería Civil. Escuela Politécnica del Ejército, 172 p., Quito.